

## КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

И. Я. Штаерман. Контактная задача теории упругости. Гостехиздат. М. 1949. Стр. 270.

Глава I и глава II книги И. Я. Штаермана посвящены плоской контактной задаче. При этом первая глава служит математическим введением. В ней даются методы решения ряда интегральных уравнений, к которым сводятся некоторые контактные задачи. В начале рассмотрено интегральное уравнение, являющееся частным случаем уравнения Карлемана. В этом уравнении интегрирование производится вдоль одного отрезка, расположенного на действительной оси. Затем рассматриваются некоторые обобщения этого интегрального уравнения, когда оно имеет такое же ядро, но интегрирование производится по совокупности отрезков, расположенных па действительной оси. К этим двум уравнениям приводятся задачи об определении давления под одним или несколькими штампами па упругой полуплоскости при отсутствии сил трения. Далее рассмотрен несколько отличный тип интегрального уравнения. С ним приходится встречаться в случае, когда между штампом и упругим телом действуют силы трения. Затем рассматривается интегральное уравнение, к которому после принятия некоторых предположений приводится задача о касании двух цилиндров, имеющих близкие по величине радиусы, а также некоторые другие контактные задачи. Это уравнение оказывается аналогичным уравнению, которое встречается в теории крыла конечного размаха. Математическое введение ставит своей целью дать возможно более простыми приемами решения основных интегральных уравнений, к которым сводятся различные контактные задачи. В частности, в § 1 и § 2 дается решение одного из таких уравнений, причем автор не пользуется теорией функций комплексного переменного. Правда, для решения других задач, которым посвящены последующие параграфы, автор вводит функции комплексного переменного. Однако то обстоятельство, что автор не пользуется указанным аппаратом, делает выкладки громоздкими. Обилие выкладок может затруднить чтение этой главы.

Глава II посвящена рассмотрению ряда плоских контактных задач, причем для решения полученных уравнений используются результаты, найденные в предыдущей главе.

Здесь рассмотрены контактные задачи без сил трения, когда имеется один участок контакта, когда этих участков несколько, а также когда эти участки периодически повторяются. Затем рассмотрен случай, когда между соприкасающимися телами действуют силы трения, подчиняющиеся закону Кулона. Эти результаты получены Н. И. Мусхелишвили, М. Садовским, а также некоторым другим авторами. В § 6, рассмотрена задача о сжатии упругих тел, ограниченных цилиндрическими поверхностями, радиусы которых почти равны. Эта задача, принадлежащая автору, позволяет подойти к вопросу о распределении давлений между подшипником и валом. Правда, при этом приходится делать некоторые допущения относительно характера распределения давлений, действующих на внешний и на внутренний цилиндр. Эти допущения могут быть оправданы применимостью принципа Сен-Венана к подобным задачам. Однако, для того чтобы принцип Сен-Венана мог быть применен, нужно, чтобы дуга контакта была малой по сравнению с радиусами цилиндра. Это налагает некоторое ограничение на возможность использования полученных результатов. Очень существенно, что решение этой задачи свелось к отысканию некоторой функции из интеграл-

ного уравнения крыла конечного размаха. К такому же интегральному уравнению сводится задача, рассмотренная в § 8. При этом удалось использовать некоторые новые приемы, созданные для решения этих уравнений. Автором вводится новая гипотеза относительно перемещений поверхности упругого тела, которая стремится учесть то обстоятельство, что поверхность не является идеально гладкой. Так, наличие шероховатости или неровностей на соприкасающихся телах обуславливает то, что, кроме деформации упругого тела как целого, будут происходить деформации этих неровностей. При этом неровности можно в первом приближении рассматривать как некоторые упругие стерженьки, находящиеся на поверхности тела. Это предположение и может привести к условию (285). К сожалению, в книге автор мало остановился на физическом обосновании предложенной им гипотезы.

Глава III и глава IV посвящены пространственным контактным задачам. При этом в главе III рассмотрены задачи, обладающие осевой симметрией. В § 1 этой главы дается также математическое введение, в котором приводится решение интегрального уравнения осесимметричной контактной задачи. Заметим, что она эквивалентна следующей задаче теории потенциала: необходимо найти плотность слоя, распределенного на поверхности диска, так чтобы он создавал заданный потенциал на поверхности этого диска, который не зависит от угловой координаты. Нужно сказать, что эта задача, а также задача более общая решены давно. Ее решение приведено, например, в книге E. Heine. *Handbuch der Kugelfunctionen*, изданной еще в 1881 г. Эти результаты были забыты и в дальнейшем находились разными авторами в связи с решением различных задач математической физики. Интересна рассмотренная в § 3 задача о давлении на упругое полупространство кругового штампа с плоским основанием, у которого края несколько закруглены. В главе IV рассмотрен был общий случай контактной задачи, когда площадка контакта является эллиптической. При этом изложены результаты теории Герца, а также некоторое обобщение теории Герца, данное автором.

Контактные задачи представляют весьма важный раздел теории упругости. Стого говоря, большинство задач теории упругости являются контактными, так как сила прилагается к упругому телу в большинстве случаев через посредство другого упругого тела. Заслуги советских ученых в развитии этой области науки весьма велики.

В книге И. Я. Штаермана подводится итог работам автора, посвященным контактным задачам. Одновременно с этим в ней содержится ряд результатов, известных, например, по монографиям Н. И. Мусхелишвили.

Книга будет представлять интерес для тех, кому приходится иметь дело с контактными и вообще смешанными задачами теории упругости. К сожалению, в ней содержится очень мало ссылок на литературу.

Л. А. Галин

**М. И. Горбунов-Посадов.** Балки и плиты на упругом основании. Изд. Министерства Строительных предприятий машиностроения. 1949. Стр. 288.

За последнее время появилось несколько книг, посвященных расчету фундаментных балок и плит на упругом основании. Таковы книга В. А. Флорина «Расчеты оснований под гидротехническими сооружениями», книга В. Н. Жемочкина и А. П. Синицына «Приближенные методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании (без гипотезы Винклера)» и, наконец, рецензируемая книга.

Основные предпосылки, на основании которых во всех этих работах производится определение напряжений, возникающих в грунте, и находится распределение давлений под фундаментом, заключаются в следующем: предполагается, что