

О ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ

В. В. Соколовский

(Москва)

§ 1. Условие пластического состояния. Примем условие пластического состояния О. Мора, устанавливающее для плоской задачи функциональную зависимость между суммой $\sigma_1 + \sigma_2$ и разностью $\sigma_1 - \sigma_2$ главных нормальных напряжений σ_1 и σ_2 .

Будем рассматривать условие пластического состояния, определяемое зависимостью (1.1)

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2k} = \sin \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2k} + \frac{H}{k} \right)$$

при

$$-2H \leq \sigma_1 + \sigma_2 \leq -2H + k\pi$$

где H и k — физические константы, имеющие размерность напряжения.

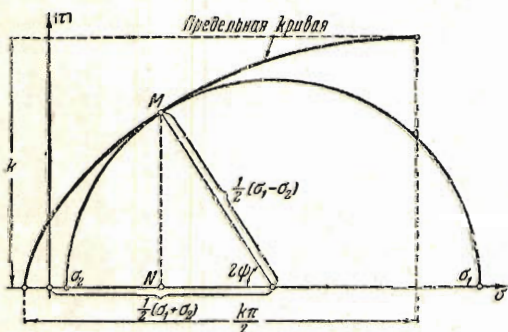
Для σ_1 и σ_2 принято следующее правило знаков: они положительны при сжатии и отрицательны при растяжении, кроме того, предполагается что $\sigma_1 \geq \sigma_2$.

Условие (1.1) может быть наглядно представлено при помощи диаграммы О. Мора, на которой по осям координат откладываются нормальная и касательная компоненты вектора напряжения, действующего по различным наклонным плоскостям.

Все возможные пластические состояния в точке изображаются семейством больших главных кругов напряжений, имеющих огибающую — предельную — кривую. Один из таких кругов напряжений нанесен на фиг. 1.

Напряжения, изображаемые точкой касания круга напряжений и предельной кривой, отмеченной M , называются предельными, а плоскости, в которых они действуют, — плоскостями скольжения.

Угол 2ψ между плоскостями скольжения изображается углом наклона нормали предельной кривой к оси σ .



Фиг. 1

Найдем вид предельной кривой, пользуясь условием (1.1). Известные формулы преобразования

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\psi, \quad |\tau| = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\psi \quad (1.2)$$

вместе с соотношением

$$\frac{d|\tau|}{d\sigma} = \operatorname{ctg} 2\psi$$

приводят к уравнению

$$d(\sigma_1 - \sigma_2) = \cos 2\psi d(\sigma_1 + \sigma_2)$$

Это уравнение и условие (1.1), имеющие место на предельной кривой, дают возможность определить $\sigma_1 + \sigma_2$ и $\sigma_1 - \sigma_2$ как функции от 2ψ .

Имеем

$$\frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + H = 2k\psi, \quad \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) = k \sin 2\psi \quad (0 \leq \psi \leq \pi/4)$$

Уравнения предельной кривой находятся в результате подстановки полученных выражений в формулы (1.2). Имеем

$$\sigma + H = \frac{k}{2} (4\psi - \sin 4\psi), \quad |\tau| = \frac{k}{2} (1 - \cos 4\psi) \quad (0 \leq \psi \leq \pi/4) \quad (1.3)$$

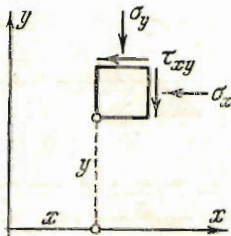
Эти уравнения определяют дугу циклоиды, которая в интервале $0 \leq \sigma + H \leq k\pi/2$ дает возможность получить достаточное приближение при обработке экспериментальных данных для многих тел.

Главные нормальные напряжения σ_1 и σ_2 выражаются через 2ψ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 + H \\ \sigma_2 + H \end{aligned} \right\} = k(2\psi \pm \sin 2\psi) \quad (1.4)$$

Условие пластического состояния (1.1) может быть представлено также через компоненты напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} :

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4k^2 \sin^2 \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2k} + \frac{H}{k} \right) \quad (1.5)$$



Фиг. 2

при

$$-2H \leq \sigma_x + \sigma_y \leq -2H + k\pi$$

Для σ_x , σ_y и τ_{xy} принято следующее правило знаков: на стороне элементарного прямоугольника, внешняя нормаль к которой совпадает с направлением координатной оси, положительные σ_x , σ_y и τ_{xy} имеют направления, обратные направлениям соответствующих координатных осей (фиг. 2).

Компоненты σ_x , σ_y и τ_{xy} в силу известных формул преобразования

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_y \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\varphi, \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\varphi$$

и формул (1.3) выражаются через ψ и φ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + H \\ \sigma_y + H \end{aligned} \right\} = k(2\psi \pm \sin 2\psi \cos 2\varphi), \quad \tau_{xy} = k \sin 2\psi \sin 2\varphi \quad (1.6)$$

где φ — угол между направлением наибольшего (алгебраически) главного напряжения σ_1 и осью x .

Линиями скольжения будем называть линии в плоскости xy , обладающие тем свойством, что касательные в каждой их точке наклонены к направлению действия главного нормального напряжения σ_1 под углами $\pm\psi$; они образуют между собой углы 2ψ и наклонены к оси x под углами $\varphi \pm \psi$ (фиг. 3).

Наряду с величинами ψ и φ удобно пользоваться также величинами ξ и η :

$$\xi = \psi + \varphi, \quad \eta = \psi - \varphi \quad (1.7)$$

Компоненты напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} на основании формул (1.6) и (1.7), выражаются через ξ , η :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + H \\ \sigma_y + H \end{aligned} \right\} = \frac{k}{2} [2(\xi + \eta) \pm (\sin 2\xi + \sin 2\eta)]$$

$$\tau_{xy} = -\frac{k}{2} (\cos 2\xi - \cos 2\eta) \quad (1.8)$$

§ 2. Уравнения пластического равновесия. Уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

и условие

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4k^2 \sin^2 \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2k} + \frac{H}{k} \right) \quad (2.2)$$

составляют основную систему уравнения.

При подстановке выражений (1.8) условие (2.2) удовлетворяется тождественно, а уравнения (2.1) дают

$$\cos \xi \left(\cos \xi \frac{\partial \xi}{\partial x} + \sin \xi \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) + \cos \eta \left(\cos \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \sin \eta \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = 0$$

$$\sin \xi \left(\cos \xi \frac{\partial \xi}{\partial x} + \sin \xi \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) - \sin \eta \left(\cos \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \sin \eta \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.3)$$

Отсюда легко получить уравнения

$$\cos \xi \frac{\partial \xi}{\partial x} + \sin \xi \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0, \quad \cos \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \sin \eta \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

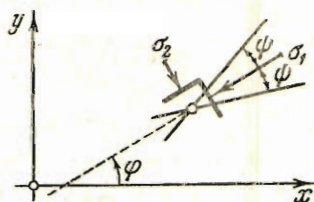
Уравнения характеристик для уравнений (2.4) соответственно имеют вид

$$y = +x \operatorname{tg} \xi + \operatorname{const}, \quad \xi = \operatorname{const} \quad (2.5)$$

$$y = -x \operatorname{tg} \eta + \operatorname{const}, \quad \eta = \operatorname{const} \quad (2.6)$$

Семейство характеристик (2.5) будем называть первым, а семейство характеристик (2.6) вторым.

Формулы (2.5) и (2.6) показывают, что характеристики в плоскости xy прямолинейны и наклонены к оси x под углами $+\xi = \varphi + \psi$ и $-\eta = \varphi - \psi$, т. е. под теми же углами, что и линии скольжения.



Фиг. 3

Следовательно, характеристики в плоскости xu пересекаются под переменными углами 2ψ и совпадают с линиями скольжения.

Наряду с x, y введем новые переменные λ, μ :

$$\begin{aligned} \lambda &= -x \sin \xi + y \cos \xi, & \mu &= x \sin \eta + y \cos \eta \\ x &= \frac{-\lambda \cos \eta + \mu \cos \xi}{\sin(\xi + \eta)}, & y &= \frac{\lambda \sin \eta + \mu \sin \xi}{\sin(\xi + \eta)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Уравнения (2.4) имеют интегралы, в которых величины ξ и η переменны, а также интегралы с постоянными ξ или η .

1. $\xi \neq \text{const}, \eta \neq \text{const}$. Интегралы уравнений (2.4) могут быть представлены в виде

$$\lambda = \lambda(\xi), \quad \mu = \mu(\eta) \quad (2.8)$$

где $\lambda(\xi)$ и $\mu(\eta)$ — произвольные функции.

Первое и второе семейства характеристик в плоскости xu состоят из непараллельных прямых $\xi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$.

2. $\xi \neq \text{const}, \eta \equiv \eta_0 = \text{const}$. Интегралы уравнений (2.4) будут

$$\lambda = \lambda(\xi), \quad \eta \equiv \eta_0 \quad (2.9)$$

где $\lambda(\xi)$ — произвольная функция.

Первое семейство характеристик в плоскости xu состоит из непараллельных прямых $\xi = \text{const}$, а второе семейство из параллельных прямых

$$x \sin \eta_0 + y \cos \eta_0 = \text{const}$$

3. $\xi \equiv \xi_0 = \text{const}, \eta \neq \text{const}$. Интегралы уравнений (2.4) будут

$$\mu = \mu(\eta), \quad \xi \equiv \xi_0 \quad (2.10)$$

где $\mu(\eta)$ — произвольная функция.

Первое семейство характеристик в плоскости xu состоит из параллельных прямых

$$-x \sin \xi_0 + y \cos \xi_0 = \text{const}$$

а второе из непараллельных прямых $\eta = \text{const}$.

4. $\xi \equiv \xi_0 = \text{const}, \eta \equiv \eta_0 = \text{const}$. Первое и второе семейства характеристик состоят из параллельных прямых

$$-x \sin \xi_0 + y \cos \xi_0 = \text{const}, \quad x \sin \eta_0 + y \cos \eta_0 = \text{const}$$

Приведем в заключение решение уравнений пластического равновесия плоской полярно-симметричной задачи в полярных координатах r, θ .

Уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2.11)$$

и условие

$$\frac{|\sigma_r - \sigma_\theta|}{2k} = \sin \left(\frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2k} + \frac{H}{k} \right) \quad (2.12)$$

составляют основную систему уравнений.

Компоненты напряжения σ_r и σ_θ выражаются через 2ψ :

$$\left. \begin{matrix} \sigma_r + H \\ \sigma_\theta + H \end{matrix} \right\} = k(2\psi \pm \kappa \sin 2\psi) \quad (2.13)$$

где $\kappa = \text{sign}(\sigma_r - \sigma_\theta)$.

При подстановке выражений (2.13) условие (2.12) удовлетворяется тождественно, а уравнение (2.11) интегрируется в виде

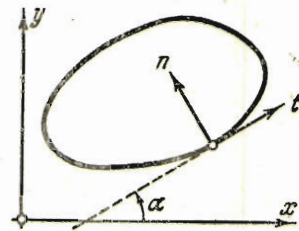
$$r \sin \psi = \text{const} \quad \text{при } \kappa = +1, \quad r \cos \psi = \text{const} \quad \text{при } \kappa = -1 \quad (2.14)$$

Эти формулы будут использованы в дальнейшем.

§ 3. Пластическое состояние вокруг отверстий. Рассмотрим пластическое состояние тела вокруг отверстия, ограниченного выпуклым гладким контуром:

$$x = x(\alpha), \quad y = y(\alpha)$$

где α — угол между осью x и касательной t к контуру (фиг. 4), вдоль которого напряжения отсутствуют, т. е. $\sigma_n = \tau_{tn} = 0$



Фиг. 4

Вспомним известные формулы преобразования компонент напряжения при переходе от координат xy к системе tn :

$$\left. \begin{matrix} \sigma_t \\ \sigma_n \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\alpha \pm \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{tn} = -\frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

где α — угол между осями x и t .

Эти формулы могут быть в силу формул (1.6) преобразованы к виду

$$\left. \begin{matrix} \sigma_t + H \\ \sigma_n + H \end{matrix} \right\} = k[2\psi \pm \sin 2\psi \cos 2(\varphi - \alpha)], \quad \tau_{tn} = k \sin 2\psi \sin 2(\varphi - \alpha)$$

Подставим в эти уравнения $\sigma_n = \tau_{tn} = 0$ и решим их относительно φ :

$$\varphi = \alpha + (\kappa + 1) \frac{\pi}{4} + n\pi, \quad k(2\psi + \kappa \sin 2\psi) = H$$

$$\sigma_t + H = k(2\psi - \kappa \sin 2\psi)$$

где n — произвольное целое число, $\kappa = \pm 1$.

Введем в рассмотрение величину ψ_0 , определенную уравнением

$$k(2\psi_0 - \sin 2\psi_0) = H \quad (3.1)$$

Контурные значения ξ , η и σ_t при $n = 0, \kappa = -1$ будут

$$\xi = \psi_0 + \alpha, \quad \eta = \psi_0 - \alpha, \quad \sigma_t + H = k(2\psi_0 + \sin 2\psi_0) \quad (3.2)$$

Компоненты напряжения вокруг отверстия определяются при помощи формул (1.8), (2.7) и (2.8). Произвольные функции $\lambda(\xi)$ и $\mu(\eta)$ находятся из контурных условий (3.2). Получим

$$\left. \begin{matrix} \lambda = -x(\xi - \psi_0) \sin \xi + y(\xi - \psi_0) \cos \xi \\ \mu = +x(\psi_0 - \eta) \sin \eta + y(\psi_0 - \eta) \cos \eta \end{matrix} \right\} \quad (3.3)$$

Сетка характеристик состоит из двух семейств прямых наклоненных к контуру под углами $\pm \psi_0$.

Заметим, что построенное решение справедливо лишь при $\psi \leq \pi/4$, а следовательно, лишь в некоторой области вокруг отверстия. Уравнения границы этой области в виде $x = x_*(\varphi)$, $y = y_*(\varphi)$ могут быть получены путем подстановки $\xi = \pi/4 + \varphi$, $\eta = \pi/4 - \varphi$ в уравнения (2.7) и (3.3). На границе $x = x_*(\varphi)$, $y = y_*(\varphi)$ три компоненты напряжения выражаются через параметр φ :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x + H \\ \sigma_y + H \end{array} \right\} = k \left(\frac{\pi}{2} \pm \cos 2\varphi \right), \quad \tau_{xy} = k \sin 2\varphi$$

Если оси x и y являются осями симметрии контура $x = x(\alpha)$, $y = y(\alpha)$, то функция $x(\alpha)$ будет нечетной, а функция $y(\alpha)$ четной. На основании этого свойства формулы (3.3) принимают вид

$$\begin{aligned} \lambda &= -x(\xi - \psi_0) \sin \xi + y(\xi - \psi_0) \cos \xi \\ \mu &= -x(\eta - \psi_0) \sin \eta + y(\eta - \psi_0) \cos \eta \end{aligned} \quad (3.4)$$

Найдем, например, напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} вдоль осей x и y .
Вдоль оси x на основании формул (2.7) при $\varphi = \pi/2$ имеем

$$\lambda = \mu = -x \cos \psi, \quad \xi = \psi + \pi/2, \quad \eta = \psi - \pi/2$$

Сравнивая эти равенства с равенствами (3.4), получим

$$x = x \left(\psi - \psi_0 + \frac{\pi}{2} \right) + y \left(\psi - \psi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \operatorname{tg} \psi \quad (3.5)$$

Выражения (1.6) переписутся в виде

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x + H \\ \sigma_y + H \end{array} \right\} = k (2\psi \mp \sin 2\psi), \quad \tau_{xy} = 0 \quad (3.6)$$

Формулы (3.5) и (3.6) устанавливают зависимость между компонентами σ_x , σ_y и абсциссой x .

Вдоль оси y из формул (2.7) при $\varphi = 0$ получим

$$\lambda = \mu = y \cos \psi, \quad \xi = \eta = \psi$$

Сравнивая эти равенства с равенствами (3.4), найдем

$$y = y(\psi - \psi_0) - x(\psi - \psi_0) \operatorname{tg} \psi \quad (3.7)$$

Выражения (1.6) будут

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x + H \\ \sigma_y + H \end{array} \right\} = k (2\psi \pm \sin 2\psi), \quad \tau_{xy} = 0 \quad (3.8)$$

Формулы (3.7) и (3.8) дают зависимость σ_x , σ_y от ординаты y .

Приведем в заключение выражения компонент напряжения вокруг отверстия, ограниченного круговым контуром $r = a$, вдоль которого напряжения отсутствуют, $\sigma_r = 0$.

Применим решение уравнений пластического равновесия плоской полярно-симметричной задачи (2.13) и (2.14) при $\kappa = -1$. Постоянное интегрирования находится из контурного условия $\psi = \psi_0$ при $r = a$.

Имеем

$$r = a \frac{\cos \psi_0}{\cos \psi}, \quad \text{или} \quad \psi = \arccos \left(\frac{a}{r} \cos \psi_0 \right)$$

Компоненты напряжения σ_r и σ_θ будут

$$\left. \begin{matrix} \sigma_r + H \\ \sigma_\theta + H \end{matrix} \right\} = 2k \left[\arccos \left(\frac{a}{r} \cos \psi_0 \right) \mp \frac{a}{r} \cos \psi_0 \sqrt{1 - \left(\frac{a}{r} \cos \psi_0 \right)^2} \right] \quad (3.9)$$

Сетка характеристик состоит из прямых, наклоненных к контурной окружности под углами $\pm \psi_0$.

Заметим, что это решение справедливо лишь при $\psi \leq \pi/4$, а следовательно, при $r \leq \sqrt{2} a \cos \psi_0$.

На окружности $r = \sqrt{2} a \cos \psi_0$ компоненты напряжения будут

$$\left. \begin{matrix} \sigma_r + H \\ \sigma_\theta + H \end{matrix} \right\} = k \left(\frac{\pi}{2} \mp 1 \right)$$

Для частного случая $H = 0$ величина $\psi_0 = 0$ и формула (3.9) дает

$$\left. \begin{matrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{matrix} \right\} = 2k \left[\arccos \frac{a}{r} \mp \frac{a}{r} \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} \right] \quad (r \leq \sqrt{2} a) \quad (3.10)$$

§ 4. Пластическое состояние прямоугольника и полосы. Рассмотрим

сначала пластическое состояние тела, имеющего форму прямоугольника длины $2a$ и высоты $2b$ при сжатии его между двумя шероховатыми плитами (фиг. 5); будем считать, что

$$a \leq b$$

На фиг. 6 изображена четверть прямоугольника, расположенная над осью $I-I$ и слева от оси $II-II$; прямые AD и ED совпадают с осями $I-I$ и $II-II$.

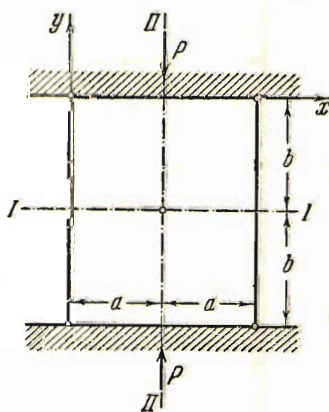
В прямоугольном треугольнике OAB имеет место равномерное напряженное состояние, причем

$$\sigma_x = \tau_{xy} = 0$$

Сетка характеристик образована двумя семействами параллельных прямых, пересекающих ось x под углами $\pi/2 \pm \psi_0$.

Вследствие непрерывности компонент напряжения на прямой OB : $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$, а следовательно, $\varphi = \pi/2$ и $\psi = \psi_0$, причем величина ψ_0 определяется уравнением

$$k(2\psi_0 - \sin 2\psi_0) = H \quad (4.1)$$



Фиг. 5

Подставляя σ_y , данное формулой (4.3), найдем

$$p + H = 2k \left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\alpha} \sin^2 \psi_0 \right) \quad (4.4)$$

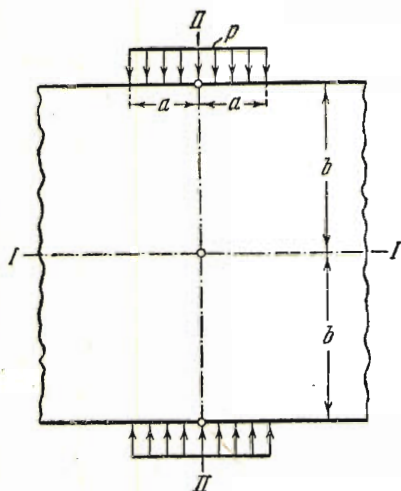
где обозначено $\alpha = a/b$.

Формулы (4.1) и (4.4) определяют максимальную величину среднего давления p в зависимости от параметра α .

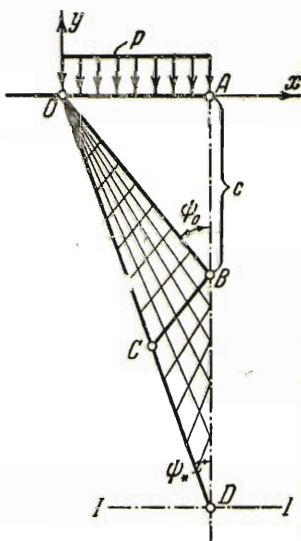
Для частного случая $H = 0$, угол $\psi_0 = 0$, а величина

$$p = 2k \operatorname{arc} \operatorname{tg} \alpha$$

Рассмотрим пластическое состояние тела, имеющего форму полосы высоты $2b$, у которой противолежащие участки длины $2a$ нагружены равномерно распределенным нормальным напряжением p (фиг. 7).



Фиг. 7



Фиг. 8

На фиг. 8 показана четверть полосы, расположенная над осью $I-I$ и слева от оси $II-II$; отрезок OA является левой половиной нагруженного участка верхней границы, а прямая AD совпадает с осью $II-II$.

В прямоугольном треугольнике OAB имеет место равномерное напряженное состояние, как и в предыдущей задаче, причем

$$\sigma_y = p, \quad \tau_{xy} = 0$$

Сетка характеристик образована двумя семействами параллельных прямых, наклоненных к оси x под углами $\pi/2 \pm \psi_0$.

На прямой OB из-за непрерывности компонент напряжения имеем $\sigma_y = p$, $\tau_{xy} = 0$; следовательно, $\varphi = \pi/2$ и $\psi = \psi_0$, причем величины p и ψ_0 связаны уравнением

$$p + H = k(2\psi_0 + \sin 2\psi_0) \quad (4.5)$$

В треугольнике OBC величины ξ и η имеют тот же вид, как и в предыдущей задаче:

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{y}{x}, \quad \eta = \eta_0 = \psi_0 - \frac{\pi}{2}$$

Сетка характеристик состоит из пучка прямых, проходящих через точку O , и из семейства параллельных прямых $x \sin \eta_0 + y \cos \eta_0 = \text{const}$.

В треугольнике BCD применяется формула (2.8). Произвольные функции $\lambda(\xi)$ и $\mu(\eta)$ находятся из граничного условия $\lambda + \mu = 2a \sin \eta$, $\xi - \eta = \pi$ (полученного из (2.7) при $x = a$, $\varphi = \pi/2$) вдоль BD и условия непрерывности λ и μ на прямой BC . Имеем

$$\lambda = 0, \quad \mu = 2a \sin \eta$$

Величины ξ и η определяются из формул (2.7) в виде

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{y}{x}, \quad \operatorname{tg} \eta = \frac{y}{2a - x} \quad (4.6)$$

Сетка характеристик образована пучком прямых $\xi = \text{const}$, проходящих через точку O , и семейством непараллельных прямых $\eta = \text{const}$.

На участке BD прямой $x = a$ компоненты напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} могут быть в силу формул (1.8) и (4.6) выражены в виде

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x + H \\ \sigma_y + H \end{array} \right\} = 2k \left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{a}{y_1} \mp \frac{ay_1}{y_1^2 + a^2} \right), \quad \tau_{xy} = 0 \quad (y_1 = -y) \quad (4.7)$$

Горизонтальная компонента равнодействующей всех усилий, приложенных по разрезу OBD , должна быть равна нулю. Отсюда следует равенство

$$\sigma_{xb} c + \int_c^b \sigma_x dy_1 = 0, \quad c = a \operatorname{ctg} \psi_0$$

причем σ_{xb} есть значение σ_x в точке B .

Подставляя σ_x , определенное формулой (4.7), получим

$$2k (\operatorname{arc} \operatorname{tg} \alpha - \alpha \cos^2 \psi_0) = H$$

где обозначено $\alpha = a/b$.

Это равенство определяет угол ψ_0 :

$$\cos^2 \psi_0 = \frac{1}{\alpha} \left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} \alpha - \frac{H}{2k} \right) \quad (4.8)$$

Формулы (4.5) и (4.8) определяют максимальную величину давления p в зависимости от параметра α .

Поступила в редакцию

19 III 1948

Институт механики

Академии Наук СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколовский В. В. Теория пластичности. Изд. АН СССР. 1946.