Институт механики Академии Наук Союза ССР
Прикладная математика и механика. Том XIII, 1949

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

А. П. Павлов, доктор техн. наук, проф. Плоская задача теории упругости древесины. Сборн. Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта, вып. 136 теоретический. Трансжелдориздат. 1947.

В работе А. П. Павлова рассматривается обобщенное плоское напряженное состояние упругой однородной анизотропной среды с анизотропией частного вида; такая среда принимается автором за модель, отражающую упругие свойства древесины.

Общие уравнения теории плоской задачи для анизотропной среды в частном случае, рассмотренном А. П. Павловым, и в случае анизотропии более общего вида, содержатся в работах С. Г. Лехницкого. Им же давно решены (притом в более общей постановке) и все без исключения задачи, которые пытался решить А. П. Павлов в рецензируемой работе.

В начале работы дается краткий вывод общих уравнений теории обобщенного плоского напряженного состояния. Составляющие напряжения σ_x, σ_y, τ_{xy} выражены через производные от функции напряжений, для которой получено уравнение в частных производных четвертого порядка. Это уравнение является обобщением бигармонического и содержит четыре упругие постоянные.

Автор пытается показать, что число независимых упругих постоянных сводится к трем, допуская при этом принципиальную ошибку (стр. 21).

По А. П. Павлову получается, что модуль сдвига для главных направлений G_2 („модуль касательной упругости", по выражению автора) связан с модулями упругости E_1, E_2 и коэффициентом Пуассона μ_1 (тоже для главных направлений упругости) зависимостью

$$\frac{1}{G_2} = \frac{E_1 + E_2 + 2\mu_1 E_2}{E_1 E_2}\,. \tag{1}$$

Эта зависимость есть плод заблуждения, так как при выводе автор почему-то считает, что изменение угла диагонального элемента (фиг. 1 на стр. 21) является относительным сдвигом γ_{xy}, входящим в уравнения обобщенного закона Гука. Совершенно очевидно, что в случае, который используется для получения зависимости (1), на самом деле $\gamma_{xy} = 0$ и ни этой, ни какой-либо другой зависимости между *главными* упругими постоянными E_1, E_2, G_2, μ_1 не существует. Отсюда следует и неправильное заключение о том, что в рассматриваемом случае анизотропии уравнение для функции напряжений имеет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)F = 0 \tag{2}$$

В работе рассматриваются следующие случаи: 1) балка, заделанная одним концом под действием силы, приложенной на другом конце; 2) балка на двух опорах под действием равномерно распределенной нагрузки; 3) упругая плоскость под действием сосредоточенной силы; 4) клин, нагруженный силой, приложенной к вершине; 5) упругая полуплоскость, нагруженная нормальной силой, приложенной к границе.

Ценность числовых расчетов автора, основанных на использовании уравнения (2), представляется крайне сомнительной.

Правильное решение задач, рассмотренных А. П. Павловым, содержится в следующих работах С. Г. Лехницкого: 1) *К вопросу о влиянии сосредоточенных сил на распределение напряжений в упругой анизотропной средв*. ПММ. 1936. Т. III. Вып. 1. 2) *Некоторые случаи плоской задачи теории упругости анизотропного тела*. Сб. „Экспериментальные методы определения напряжений и деформаций в упругой и пластической зонах." Работы лабораторий оптического метода и пластических деформаций Ленинградского университета. ОНТИ. 1935. 3) *Плоская статическая задача теории упругости анизотропного* тела. ПММ (новая серия). 1937. Т. 1. Вып. 1. Эти работы отражены также и в монографии С. Г. Лехницкого *Анизотропные пластинки*. ОГИЗ. Гостехиздат. 1947.

Однако в статье А. П. Павлова нет никаких ссылок на упомянутые работы, равно как и на работы советских ученых вообще. Автор ссылается только на свою неопубликованную работу. Кроме того, он считает нужным упомянуть работы Грина и Тейлора[1]. Заметим, что эти иностранные ученые в некоторых своих работах повторяют результаты, давно опубликованные С. Г. Лехницким, присваивая их себе. Приходится заключить, что и А. П. Павлов, следуя примеру иностранцев, недопустимо нарушил приоритет С. Г. Лехницкого.

Л. А. Галин, Г. С. Шапиро

1. Е. П. Попов. Теория и расчет гибких упругих деталей. Издание ЛКВВИА. 1947. Стр. 303.

2. Е. П. Попов. Нелинейные задачи статики тонких стержней.ОГИЗ. Гостехиздат. 1948. Стр. 170.

Как известно, начало теоретическому исследованию задачи о больших перемещениях изгиба упругого тонкого стержня в плоскости было положено около двухсот лет назад Эйлером („задача об эластике"). Проведенные с тех пор многочисленные исследования дали почти исчерпывающее теоретическое решение задачи. Однако результаты этих исследований до последнего времени не давали детально разработанных и практически удобных методов решения достаточно широкого класса задач.

Между тем необходимость в разработке практических способов расчета в указанной области не подлежит сомнению. Развитие приборостроения и автоматики требует достаточно точных и надежных способов расчета различных гибких пружин в регуляторах, автоматах, точных приборах и т. п.

Опубликование двух книг Е. П. Попова в значительной мере восполняет указанный пробел как в теоретическом, так и в практическом отношении.

В первой из рецензируемых книг — *Теория и расчет гибких упругих деталей*, — автор, излагая результаты своих работ, представляет их в виде подробного руководства по расчету таких гибких элементов, которые в процессе их работ получают большие упругие перемещения, вследствие чего задача становится нелинейной. В этой книге автор уделяет много внимания и места общей постановке задачи и особенностям, принципиально отличающим ее от привычной для инженеров постановки задач в теории сопротивления материалов. Затем автор подробно излагает созданные им способы практического расчета упругих стержней (прямых и кривых) при больших перемещениях, давая все необходимые формулы, схемы расчетов, таблицы и графики.

Выполнение этой большой работы потребовало от автора решения многих вспомогательных задач (например, задачи о классификации возможных форм равновесия упругой линии по их характерным точкам, качественного исследования этих форм, определения их границ существования и т. д.) из числа тех, кото-

[1] См. например, A. E. Green, G. J. Taylor. Proc. Roy. Soc. London. 1939. Ser. A. Vol. 173; 1945. Vol. 184.