Институт механики Академии Наук Союза ССР
Прикладная математика и механика. Том XIII, 1949

ОБ УСЛОВИЯХ ТЕОРЕМЫ РОБЕРТСА-ЧЕБЫШЕВА

Н. В. Еремеев
(Москва)

Теоремой Робертса-Чебышева устанавливается возможность получения трех различных плоских шарнирных четырехзвенных механизмов, имеющих одну и ту же шатунную кривую.

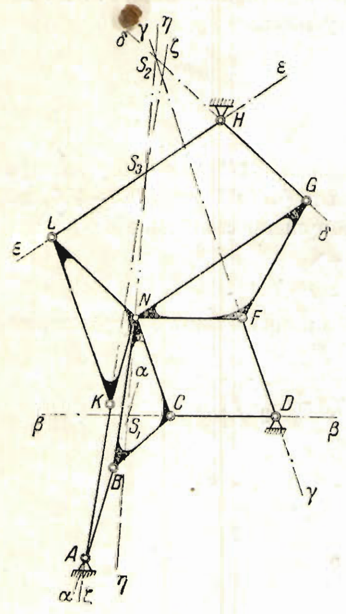
Рассмотрим десятизвенный шарнирный механизм (фиг. 1), в котором:

а) треугольники ADH, BCN, FGN и KLN подобны;

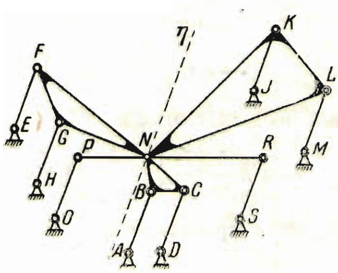
б) контуры $DFNC$, $HGNL$ и $ABNK$ — параллелограмы.

В этом заключаются условия известной теоремы Робертса-Чебышева, при которых траектория точки N представляет собой одновременно шатунные кривые трех четырехзвенных шарнирных механизмов: $ABCD$, $DFGH$ и $HLKA$. Приведем пример, когда условия а) и б) не являются необходимыми.

На фиг. 2 представлены четыре четырехзвенника. Контуры $ABCD$ $EFGH$, $JKLM$, $OPRS$ — параллелограмы; звенья BCN, FGN, KLN, PRN движутся поступательно, и так как $AB = CD = \ldots = RS$, то траектории всех точек этих звеньев — окружности радиуса AB. Любой другой плоский шарнирный четырехзвенник, звенья которого образуют параллелограм, а длина звеньев, входящих в шарнирные соединения со стойкой, равна AB, будет также иметь шатунными кривыми окружности радиуса, равного AB.



Фиг. 1



Фиг. 2

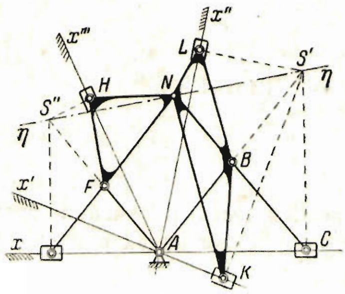
Укажем *необходимое условие* для соблюдения теоремы Робертса-Чебышева. Рассмотрим фиг. 1. Точки S_1, S_2 и S_3 являются мгновенными центрами вращения звеньев BCN, FGN и KLN в их движении относительно стойки. Поэтому направление вектора скорости точки N должно быть перпендикулярным к линиям NS_1, NS_2 и NS_3, что возможно только в том случае, когда все эти три линии совпадают и, следовательно, все четыре точки N, S_1, S_2 и S_3 лежат на одной прямой η, которая во время движения механизма вращается относительно стойки.

Таким образом, необходимое условие будет: *точки шатунов четырехзвенников, описывающие общую шатунную кривую, и мгновенные центры этих шатунов должны* *располагаться на одной прямой в любом положении механизма, образованного из этих четырехзвенников.*

Приведенное необходимое условие является и достаточным, так как его соблюдение в любом положении механизма обеспечивает его подвижность, а следовательно, возможность движения точки N.

В примере на фиг. 2 это условие выполняется. Прямая η проходит через мгновенные центры вращения шатунов в бесконечности.

Приведенное необходимое и достаточное условие остается в силе, когда отдельные шарниры в четырехзвенниках заменены ползунами.



Фиг. 3

На фиг. 3 приведен механизм, образованный рядом различных эллипсографов, в котором $AB = BC = BK = BL$ и $AF = FG = FH$; треугольники BCN, FHN, BLN, BKN не являются подобными. Точка S' — мгновенный центр звеньев BCN, BKN, BLN и точка S' — мгновенный центр звеньев GFN и HFN при движении механизма остаются на прямой η, проходящей через точку N, описывающую шатунную кривую, общую всем эллипсографам. Очевидно, что число таких эллипсографов можно сделать сколь угодно большим, так как направляющие x, x', x'' и x''' расположены под произвольными между собой углами.

Поступила в редакцию
2 IV 1948

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В нашей работе «О равновесии и потере устойчивости пологих оболочек при больших прогибах», опубликованной в ПММ т. XII, вып. 4, 1948, стр. 389—406, по недосмотру авторов в правой части равенства (3,7) пропущено слагаемое

$$\chi\left(\vartheta_0 + \frac{\vartheta}{2}\right) + \vartheta\left(\chi_0 + \frac{\chi}{2}\right)$$

Это привело к тому, что в правой части второго окончательного уравнения (5.11) отсутствует слагаемое

$$-Eh\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left[\chi\left(\vartheta_0 + \frac{\vartheta}{2}\right) + \vartheta\left(\chi_0 + \frac{\chi}{2}\right)\right]$$

а в уравнении (6.3) слагаемое

$$-Eh\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r\,\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[\chi\left(\vartheta_0 + \frac{\vartheta}{2}\right) + \vartheta\left(\chi_0 + \frac{\chi}{2}\right)\right]\right\}$$

В правой части уравнения (7.7) отсутствует также член

$$-Q\frac{\chi_0 + \chi}{r}$$

Пересчет, выполненный с учетом указанного обстоятельства, не меняет ни метода решения задачи, ни качественных результатов, изменяя лишь величину критического давления и величину относительного прогиба, при котором происходит потеря устойчивости. Устойчивость попрежнему теряется с числом складок, равным восьми, и кривые $n = 5$, 6, 7, 8, 9, приведенные на фиг. 9, лишь несколько смещаются кверху; для критического давления получается значение $p_0 \approx 880$ вместо 660 и для относительного прогиба $w_0/h \approx 9.6$ вместо 8.7.

Авторы выражают благодарность Л. И. Балабуху, обратившему внимание на указанную ошибку.

Поступило в редакцию
4 X 1948

Д. Ю. Панов, В. И. Феодосьев