Институт механики Академии Наук Союза ССР
Прикладная математика и механика. Том XI, 1947

К РАСЧЕТУ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

С. А. Амбарцумян

(Ереван)

1. Будем рассматривать достаточно тонкую пологую оболочку не нулевой гауссовой кривизны. В этом случае, пренебрегая некоторыми малыми величинами, задачу, как показал В. З. Власов[1], можно привести к системе двух симметрично построенных дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered}\frac{1}{E\delta}\nabla_e^2\nabla_e^2\Phi-(H\nabla_e^2-L\nabla_h^2)w=0\\ -(H\nabla_e^2-L\nabla_h^2)\Phi-\frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}\nabla_e^2\nabla_h^2 w+Z=0\end{gathered}\tag{1.1}$$

Эти уравнения построены путем смешанного метода введением только двух функций — функции напряжений Φ и функции перемещения w.

При этом усилия T_1, T_2 и S через Φ выражаются так:

$$\begin{gathered}T_1=\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{B}\frac{\partial\Phi}{\partial\beta}\right)+\frac{1}{A^2B}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha},\qquad T_2=\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{1}{A}\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha}\right)+\frac{1}{B^2A}\frac{\partial A}{\partial\beta}\frac{\partial\Phi}{\partial\beta}\\ S_1=-S_2=-\frac{1}{AB}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\alpha\,\partial\beta}-\frac{1}{A}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial\beta}-\frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial\beta}\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha}\right)\end{gathered}\tag{1.2}$$

Для поперечных сил N_1 и N_2 будем иметь формулы

$$N_1=-\frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\nabla_e^2 w,\qquad N_2=-\frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\nabla_e^2 w\tag{1.3}$$

В этих формулах приняты обозначения: δ — постоянная толщина оболочки, ν — коэффициент Пуассона, E — модуль упругости, $A=A(\alpha,\beta)$ и $B=B(\alpha,\beta)$ — коэффициенты первой квадратичной формы Гаусса, $k_1=k_1(\alpha,\beta)$ и $k_2=k_2(\alpha,\beta)$ — главные кривизны координатной поверхности на ортогональных координатных линиях соответственно $\beta=\text{const}$, $\alpha=\text{const}$; кроме того, дифференциальные операторы второго порядкм эллиптического и гиперболического типа определяются следующим образом:

$$\begin{gathered}\nabla_e^2=\frac{1}{AB}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{B}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)+\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{A}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\right)\right]\\ \nabla_h^2=\frac{1}{AB}\left[B^2\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{1}{AB}\frac{\partial}{\partial x}\right)-A^2\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{AB}\frac{\partial}{\partial\beta}\right)\right]\end{gathered}\tag{1.4}$$

Смешанный оператор $H\nabla_e^2-L\nabla_h^2$, в котором $H=\frac{1}{2}(k_1+k_2)$ и $L=\frac{1}{2}(k_1-k_2)$, определяется формулой

$$\nabla_k^2=(H\nabla_h^2-L\nabla_h^2)=\frac{1}{AB}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{B}{A}k_2\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)+\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{A}{B}k_1\frac{\partial}{\partial\beta}\right)\right]\tag{1.5}$$

2. Представим уравнение (1.1) в несколько ином виде:

$$\frac{1}{E\delta}\nabla_e^4\Phi-\nabla_k^2 w=0,\qquad -\nabla_k^2\Phi-D\nabla_e^4 w+Z=0,\qquad \left(D=\frac{E\delta^3}{12\,(1-\nu^2)}\right)\tag{2.1}$$

Следуя Б. Г. Галеркину[3], заметим, что первому уравнению системы (2.1) удовлетворим введением некоторой функции перемещений $\varphi(\alpha,\beta)$, через которую искомые неизвестные системы (2.1) выражаются

$$w=\nabla_e^4\varphi,\qquad \Phi=E\delta\nabla_k^2\varphi\tag{2.2}$$

Тогда второе из уравнений (2.1) примет вид

$$\nabla_e^8\varphi+\frac{12\,(1-\nu^2)}{\delta^2}\nabla_k^4\varphi=\frac{Z}{D}\tag{2,3}$$

Учитывая (2.2), приводим формулы, выражающие расчетные величины через функцию перемещений:

$$T_1=\frac{E\delta}{B}\left[\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\right)+\frac{1}{A^2}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right]\nabla_k^2\varphi,\quad T_2=\frac{E\delta}{A}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)+\frac{1}{B^2}\frac{\partial A}{\partial\beta}\frac{\partial}{\partial\beta}\right]\nabla_k^2\varphi$$
$$S_1=-S_2=-\frac{E\delta}{AB}\left[\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}-\frac{1}{A}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\frac{\partial}{\partial\beta}-\frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial\beta}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right]\nabla_k^2\varphi\tag{2.4}$$

$$G_1=D\left[\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)+\frac{1}{AB^2}\frac{\partial A}{\partial\beta}\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{\nu}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\right)+\frac{\nu}{A^2B}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right]\nabla_e^4\varphi$$
$$G_2=D\left[\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\right)+\frac{1}{A^2B}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\frac{\partial}{\partial\alpha}+\frac{\nu}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right)+\frac{\nu}{AB^2}\frac{\partial A}{\partial\beta}\frac{\partial}{\partial\beta}\right]\nabla_e^4\varphi\tag{2.5}$$

$$H_1=-H_2=-\frac{D}{AB}(1-\nu)\left[\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}-\frac{1}{A}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\frac{\partial}{\partial\beta}-\frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial\beta}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right]\nabla_e^4\varphi$$
$$N_1=-\frac{D}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\nabla_e^6\varphi,\qquad N_2=-\frac{D}{B}\frac{\partial}{\partial\beta}\nabla_e^6\varphi,\tag{2.6}$$

Таким образом, задача расчета пологих тонких оболочек при произвольных, нормально приложенных нагрузках сводится к нахождению функции перемещений $\varphi=\varphi(\alpha,\beta)$, определяемой дифференциальным уравнением (2.3).

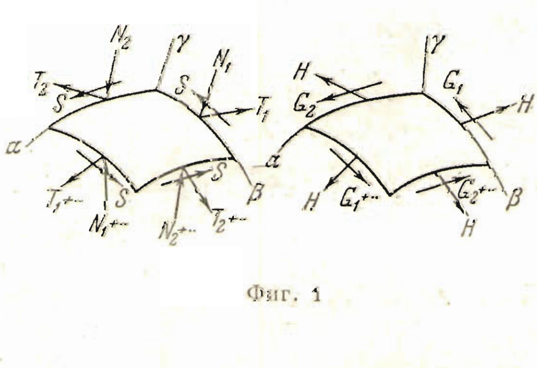
3. Ю. Н. Работнов[3] и А. Л. Гольденвейзер[4] в своих исследованиях показали, что коэффициенты первой квадратичной формы A и B для некоторой части произвольной оболочки при дифференцировании ведут себя почти как постоянные. Поэтому при дифференцировании произведений вида Aw (или kw) можно пренебрегать производной от A и считать $d(Aw)\approx A\,dw$.

Если принять, что α, β являются абсолютными координатами, то на основе вышесказанного можем считать, что $A\approx B\approx 1$. Тогда получим

$$\nabla_e^2=\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}$$
$$\nabla_k^2=k_2\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}+k_1\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\tag{3.1}$$

При этом уравнение (2.3) примет вид

$$\nabla^8\varphi+\frac{12\,(1-\nu^2)}{\delta^2}\nabla_k^4\varphi=\frac{Z}{D}\tag{3.2}$$



Фиг. 1

Теперь (2.4), (2.5), (2.6) (фиг. 1) определяются формулами

$$T_1 = E\delta \frac{\partial^2}{\partial\beta^2} \nabla_k{}^2\varphi, \qquad S = -E\delta \frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta} \nabla_k{}^2\varphi, \qquad G_1 = D\left[\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + \nu\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right]\nabla^4\varphi$$

$$T_2 = E\delta \frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} \nabla_k{}^2\varphi, \qquad H = -D(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\nabla^4\varphi, \quad G_2 = D\left[\frac{\partial^2}{\partial\beta^2} + \nu\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}\right]\nabla^4\varphi \tag{3.3}$$

$$N_1 = -D\frac{\partial}{\partial\alpha}\nabla^6\varphi, \qquad Q_1 = N_1 + \frac{\partial H}{\partial\beta} = -D\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}\nabla^2 + (1-\nu)\frac{\partial^3}{\partial\alpha\partial\beta^2}\right]\nabla^4\varphi$$

$$N_2 = -D\frac{\partial}{\partial\beta}\nabla^6\varphi, \qquad Q_2 = N_2 + \frac{\partial H}{\partial\alpha} = -D\left[\frac{\partial}{\partial\beta}\nabla^2 + (1-\nu)\frac{\partial^3}{\partial\alpha^2\partial\beta}\right]\nabla^4\varphi \tag{3.4}$$

4. В качестве примера рассмотрим пологую оболочку, прямоугольную в плане, свободно опертую по контуру, под действием нормальной нагрузки. Пусть a и b размеры оболочки по направлениям α и β.

Граничные условия задачи будут

$$\begin{aligned} &w=0, \quad u=0, \quad T_1=0, \quad G_1=0 \qquad \text{при} \quad \alpha=0,\ \alpha=a \\ &w=0, \quad v=0, \quad T_2=0, \quad G_2=0 \qquad \text{при} \quad \beta=0,\ \beta=b \end{aligned} \tag{4.1}$$

Этим граничным условиям удовлетворяет решение в виде

$$\varphi = \sum_m^\infty \sum_n^\infty A_{mn} \sin\frac{m\pi\alpha}{a} \sin\frac{n\pi\beta}{b} \tag{4.2}$$

Разлагая в двойной тригонометрический ряд внешнюю нормально приложенную нагрузку и полученные результаты подставляя в (3.2), находим

$$A_{mn} = \frac{4a^4}{D\pi^8 ab\Delta'_{mn}} \int_0^a\int_0^b Z \sin\frac{m\pi\alpha}{a}\sin\frac{n\pi\beta}{b}\, d\alpha\, d\beta \tag{4.3}$$

где m и n — нечетные положительные числа,

$$\Delta'_{mn} = [(m^2 + \lambda^2 n^2)^4 + C\lambda^2_{mn}] \qquad (a > b, \ \lambda = a/b) \tag{4.4}$$

$$\lambda_{mn} = (Km^2 + \lambda^2 n^2), \qquad K = \frac{R_1}{R_2} = \frac{k_2}{k_1}, \qquad C = \frac{12(1-\nu^2)a^4}{\pi^4 R_1{}^2\delta^2} \tag{4.5}$$

5. Рассмотрим загружения оболочки сосредоточенной силой P, приложенной в произвольной точке (η, ξ). Согласно (4.3) будет

$$A_{mn} = -\frac{4Pa^3}{D\pi^8 ab\Delta'_{mn}} \sin\frac{m\pi\eta}{a}\sin\frac{n\pi\xi}{b} \tag{5.1}$$

Следовательно, из (4.2) и (3.3) имеем

$$\varphi = -\frac{4Pa^3}{D\pi^8 ab}\sum_m\sum_n \frac{1}{\Delta'_{mn}} \quad S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi} \tag{5.2}$$

$$T_1 = -\frac{4P\lambda^3 R_1}{a^2} C \sum_m\sum_n \frac{n^2\lambda_{mn}}{\Delta'_{mn}} \; S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}$$

$$T_2 = -\frac{4P\lambda R_1}{a^2} C \sum_m\sum_n \frac{m^2\lambda_{mn}}{\Delta'_{mn}} \; S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}$$

$$S = -\frac{4P\lambda^2 R_1}{a^2} C \sum_m\sum_n \frac{mn\lambda_{mn}}{\Delta'_{mn}} \; C_{m\alpha}C_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi} \tag{5.3}$$

Здесь и в дальнейшем для краткости введены обозначения

$$\sin\frac{m\pi\alpha}{a}=S_{m\alpha},\quad \sin\frac{n\pi\beta}{b}=S_{n\beta},\quad \sin\frac{m\pi\eta}{a}=S_{m\eta},\quad \sin\frac{n\pi\xi}{b}=S_{n\xi}$$
$$\cos\frac{m\pi\alpha}{a}=C_{m\alpha},\quad \cos\frac{n\pi\beta}{b}=C_{n\beta},\quad \cos\frac{m\pi\eta}{a}=C_{m\eta},\quad \cos\frac{n\pi\xi}{b}=C_{n\xi} \tag{5.4}$$

Далее из (2.2) получим

$$w=-\frac{4Pa^4}{D\pi^4ab}\sum_m\sum_n\frac{(m^2+\lambda^2n^2)}{\Delta'_{mn}}S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n} \tag{5.5}$$

Используя тождество

$$\sum_m\sum_n\frac{(m^2+\lambda^2n^2)}{\Delta'_{mn}}=\sum_m\sum_n\frac{1}{(m^2+\lambda^2n^2)^2}-C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}} \tag{5.6}$$

где

$$\Delta''_{mn}=(m^2+\lambda^2n^2)^2\,\Delta'_{mn} \tag{5.7}$$

из (5.5) находим

$$w=-\frac{4Pa^4}{D\pi^4ab}\sum_m\sum_n\frac{S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}}{(m^2+\lambda^2n^2)^2}+\frac{4Pa^4}{D\pi^4ab}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}$$

Первый член этой формулы является выражением прогиба свободно опертой по контуру прямоугольной пластинки со сторонами a и b при сосредоточенной силе P, приложенной в произвольной точке (η, ξ). Обозначая прогиб пластинки через w^*, получим

$$w=\nabla^4\varphi=-\left[w^*-\frac{4Pa^4}{D\pi^4ab}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda_{mn}{}^2}{\Delta_{mn}{}''}S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}\right]. \tag{5.8}$$

Возможность выделения прогиба пластинки из выражения перемещения w круговой цилиндрической оболочки впервые была показана Т. Т. Хачатряном в докторской диссертации (не опубликована).

Далее, пользуясь новым выражением (5.8), найдем

$$\begin{aligned}
G_1&=M_1{}^*-\frac{4P\lambda}{\pi^2}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}(m^2+\nu\lambda^2n^2)\,S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}\\
G_2&=M_2{}^*-\frac{4P\lambda}{\pi^2}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}(\lambda^2n^2+\nu m^2)\,S_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}\\
H&=H^*-\frac{4P\lambda^2}{\pi^2}(1-\nu)\,C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}mn\,C_{m\alpha}C_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}\\
N_1&=N_1{}^*-\frac{4P\lambda}{\pi a}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}m\,(m^2+\lambda^2n^2)\,C_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}\\
N_2&=N_2{}^*-\frac{4P\lambda}{\pi b}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}n\,(m^2+\lambda^2n^2)\,S_{m\alpha}C_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}\\
Q_1&=Q_1{}^*-\frac{4P\lambda}{\pi a}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}m\,(m^2+\nu\lambda^2n^2)\,C_{m\alpha}S_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}\\
Q_2&=Q_2{}^*-\frac{4P\lambda}{\pi b}C\sum_m\sum_n\frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}}n\,(\lambda^2n^2+\nu m^2)\,S_{m\alpha}C_{n\beta}S_{m\eta}S_{n\xi}
\end{aligned} \tag{5.9}$$

В формулах (5.9) величины, обозначенные звездочками, соответствуют изгибу прямоугольной пластины $(a \times b)$, совпадающей с контуром оболочки. Для вычисления этих величин можно пользоваться известными таблицами Б. Г. Галеркина[5].

Остальные величины в формулах (5.9) представляют влияние дополнительных внутренних сил, которые возникают вследствие кривизны оболочки (кривизны оболочки k_1 и k_2 входят в уравнении (2.1) в состав побочного дифференциального оператора смешанного типа и играют по отношению к плоской пластинке роль коэффициента упругого основания).

Аналогичным путем могут быть получены формулы для сплошной, равномерно распределенной нагрузки $q = \text{const}$ по всей поверхности оболочки:

$$\varphi = -\frac{16qa^8}{D\pi^{10}} \sum_m \sum_n \frac{S_{m\alpha} S_{n\beta}}{mn\Delta'_{mn}}$$

$$T_1 = -\frac{16q\lambda^2 R_1}{\pi^2} C \sum_m \sum_n \frac{n\lambda_{mn}}{m\Delta'_{mn}} S_{m\alpha} S_{n\beta}$$

$$T_2 = -\frac{16qR_1}{\pi^2} C \sum_m \sum_n \frac{m\lambda_{mn}}{n\Delta'_{mn}} S_{m\alpha} S_{n\beta}$$

$$S = -\frac{16q\lambda R_1}{\pi^2} C \sum_m \sum_n \frac{\lambda_{mn}}{\Delta'_{mn}} C_{m\alpha} C_{n\beta}$$

$$w = -\left[w^* - \frac{16qa^4}{D\pi^6} C \sum_m \sum_n \frac{\lambda_{mn}}{mn\Delta''_{mn}} S_{m\alpha} S_{n\beta} \right]$$

$$G_1 = M_1^* - \frac{16qa^2}{\pi^4} C \sum_m \sum_n \frac{\lambda^2_{mn}(m^2 + \nu\lambda^2 n^2)}{mn\Delta''_{mn}} S_{m\alpha} S_{n\beta}$$

$$G_2 = M_2^* - \frac{16qa^2}{\pi^4} C \sum_m \sum_n \frac{\lambda^2_{mn}(\lambda^2 n^2 + \nu m^2)}{mn\Delta''_{mn}} S_{m\alpha} S_{n\beta}$$

$$H = H^* - \frac{16q\lambda a^2}{\pi^2}(1-\nu) C \sum_m \sum_n \frac{\lambda^2_{mn}}{\Delta''_{mn}} C_{m\alpha} C_{n\beta}$$

$$N_1 = N_1^* - \frac{16qa}{\pi^3} C \sum_m \sum_n \frac{\lambda^2_{mn}(m^2 + \lambda^2 n^2)}{n\Delta''_{mn}} C_{m\alpha} S_{n\beta}$$

$$N_2 = N_2^* - \frac{16qa\lambda}{\pi^3} C \sum_m \sum_n \frac{\lambda^2_{mn}(m^2 + \lambda^2 n^2)}{m\Delta''_{mn}} S_{m\alpha} C_{n\beta}$$

6. В заключение приведем численный пример расчета оболочки, прямоугольной в плане и свободно опертой по контуру, при равномерно распределенной нормальной нагрузке.

Примем $\lambda = a/b = 2$, отношение $K = R_1/R_2 = 2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, интенсивность нагрузки q, модуль Юнга E. Согласно (4.5) $C = 20$. Для прогиба w получаем формулу

$$w = -\frac{qb^4}{E\delta^3}(w^* - \Delta w) \tag{6.1}$$

Здесь w^* — числовой коэффициент из таблиц книги Галеркина[5], а Δw — дополнительный прогиб, зависящий от кривизн оболочки:

$$\Delta w = \frac{16 \times 12(1-\nu^2) C\lambda^4}{\pi^6} \sum_m \sum_n \frac{\lambda^2_{mn}}{mn\Delta''_{mn}} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi\beta}{b} \tag{6.2}$$

Ограничиваясь в формуле (6.2) двумя членами разложения, приводим результаты вычислений для некоторых точек (α, β) оболочки:

точки	$(\alpha=\frac{1}{4}a,\ \beta=\frac{1}{2}b)$	$(\alpha=\frac{1}{2}a,\ \beta=\frac{1}{2}b)$	$(\alpha=\frac{1}{2}a,\ \beta=\frac{1}{4}b)$
w^*	0.0843	0.1106	0.0760
Δw	0.0449	0.0608	0.0431
$w^*-\Delta w$	0.0394	0.0498	0.0329

Для изгибающих моментов G_1 и G_2 получаем формулы

$$G_1 = qb^2(m_1^* - \Delta m_1), \qquad G_2 = qb^2(m_2^* - \Delta m_2) \tag{6.3}$$

Здесь m_1^* и m_2^* — коэффициенты из таблицы III из книги [5] и

$$\begin{aligned}\Delta m_1 &= \frac{16\lambda^2 C}{\pi^4}\sum_m\sum_n \frac{\lambda_{mn}^2(m^2+\nu\lambda^2 n^2)}{mn\Delta''_{mn}}\sin\frac{m\pi\alpha}{a}\sin\frac{n\pi\beta}{b}\\ \Delta m_2 &= \frac{16\lambda^2 C}{\pi^4}\sum_m\sum_n \frac{\lambda_{mn}^2(\lambda^2 n^2+\nu m^2)}{mn\Delta''_{mn}}\sin\frac{m\pi\alpha}{a}\sin\frac{n\pi\beta}{b}\end{aligned} \tag{6.4}$$

Ограничиваясь в формуле (6.4) двумя членами разложения, приводим результаты вычисления для некоторых точек:

точки	$(\alpha=\frac{1}{4}a,\ \beta=\frac{1}{2}b)$	$(\alpha=\frac{1}{2}a,\ \beta=\frac{1}{2}b)$	$(\alpha=\frac{1}{2}a,\ \beta=\frac{1}{4}b)$
m_1^*	0.0446	0.0464	0.0304
Δm_1	0.0241	0.0276	0.0195
$m_1^*-\Delta m_1$	0.0205	0.0188	0.0109
m_2^*	0.0807	0.1017	0.0773
Δm_2	0.0444	0.0583	0.0412
$m_2^*-\Delta m_2$	0.0363	0.0434	0.0361

Для усилий T_1 и T_2 будем иметь формулы

$$T_1 = -qR_1\Delta t_1, \qquad T_2 = -qR_1\Delta t_2 \tag{6.5}$$

Здесь

$$\Delta t_1 = \frac{16\lambda^2 C}{\pi^2}\sum_m\sum_n \frac{n\lambda_{mn}}{m\Delta'_{mn}}\sin\frac{m\pi\alpha}{a}\sin\frac{n\pi\beta}{b}, \qquad \Delta t_2 = \frac{16C}{\pi^2}\sum_m\sum_n \frac{m\lambda_{mn}}{n\Delta''_{mn}}\sin\frac{m\pi\alpha}{a}\sin\frac{n\pi\beta}{b}$$

Ограничиваясь в этих формулах тремя членами разложения, приводим результаты вычислений:

точки	$(\alpha=\frac{1}{4}a,\ \beta=\frac{1}{2}b)$	$(\alpha=\frac{1}{2}a,\ \beta=\frac{1}{2}b)$	$(\alpha=\frac{1}{2}a,\ \beta=\frac{1}{4}b)$
Δt_1	0.4252	0.5569	0.3928
Δt_2	0.1333	0.1010	0.0711

Поступила в редакцию
19 II 1947

Институт сооружений
Академии Наук Армянской ССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В. З. Основные дифференциальные уравнения общей теории упругих оболочек. ПММ. 1944. Т. VIII. Вып. 2.
2. Галеркин Б. Г. Равновесие упругой цилиндрической оболочки. Сб. «Тр. Ленингр. ин-та сооружений». 1935.
3. Работнов Ю. Н. Уравнения пограничной зоны в теории оболочек. ДАН СССР. 1945. Т. XVII. № 5.
4. Гольденвейзер А. Л. Некоторые приемы интегрирования уравнений теории тонких оболочек. ПММ. 1946. Т. X. Вып. 3.
5. Галеркин Б. Г. Упругие тонкие плиты. 1933.