Институт механики Академии Наук Союза ССР
Прикладная математика и механика. Том XI, 1947

СОПРОТИВЛЕНИЕ СТРЕЛОВИДНОГО КРЫЛА ПРИ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

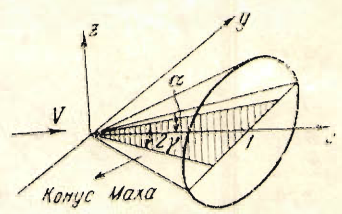
Е. А. Карпович, Ф. И. Франкль

(Москва)

Рассмотрим плоское крыло формы равнобедренного треугольника в плане (угол между равными сторонами 2γ), расположенное симметрично относительно плоскости xz. Сторона, противоположная углу 2γ, служит задней кромкой крыла. Крыло обтекается под малым углом атаки β потоком со скоростью V, большей скорости звука. Оси координат связаны с крылом, ось x направлена по потоку, z — вертикально вверх, y — перпендикулярна осям x и z (фиг. I). Течение будет коническим [1] и для исследования движения достаточно рассмотреть поле скоростей в некоторой плоскости, перпендикулярной направлению скорости основного потока, например, в плоскости $x=1$ с комплексной переменной τ_1. После преобразования

$$\tau_1 = \frac{2\tau}{1+\tau\bar{\tau}}\operatorname{tg}\alpha \tag{1}$$

где α — угол Маха, компоненты скорости возмущения u, v, w в области $|\tau|<1$ удовлетворяют уравнению Лапласа[1], так что $u = \operatorname{Re} f(\tau)\operatorname{tg}\alpha$, где $f(\tau)$ — некоторая аналитическая функция, определяемая граничными условиями на крыле и на единичном круге.



Фиг. 1.

Условие незавихренности дает

$$\omega(\tau) = v + iw = -\frac{1}{2}\int \tau\, df + \frac{1}{\tau}\, d\bar{f} \tag{2}$$

Если крыло расположено целиком внутри конуса Маха ($\gamma < \alpha$), на передних кромках из-за бесконечной скорости нужно ожидать появления подсасывающих сил, уменьшающих сопротивление крыла. Формула для расчета общего сопротивления дана М. И. Гуревичем [2] в виде

$$X = \frac{\rho}{2}\iint (\mu^2 u^2 + v^2 + w^2)\, d\sigma \qquad \left(\mu = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\right) \tag{3}$$

где интегрирование ведется по всей плоскости τ_1 с разрезом от $\tau_1 = -\operatorname{tg}\gamma$ до $\tau_1 = \operatorname{tg}\gamma$. Отсюда ясно, что общая сила сопротивления всегда будет больше нуля.

Однако формула (3) неудобна для непосредственного вычисления и при таком представлении подсасывающая сила явно не выделена. Укажем здесь другой способ определения сопротивления стреловидного крыла, свободный от этого недостатка.

Применим теорему количества движения к объему воздуха, заключенного внутри конусов, охватывающих передние кромки. Тогда подсасывающая сила

$$X_1 = -2\iint\limits_{S-\sigma} (p-p_0)\cos(nx)\, dS - 2\iint\limits_{S+\sigma} \rho\,(u+V)\, v_n\, dS \tag{4}$$

где S — боковая поверхность конуса, σ — основание его в плоскости $x=1$ и n — внешняя нормаль к поверхности.

Сила X_1 — величина второго порядка малости относительно β, так что в подынтегральных выражениях следует учитывать члены второго порядка малости. Тогда, используя интеграл Бернулли и свойства конического течения, получим

$$X_1=\rho_0\lim_{\delta_1\to 0}\left\{\int_0^{2\pi}(\mu^2u^2+v^2+w^2)\cos\vartheta_1\,\mathrm{tg}\,\gamma\delta_1\,d\vartheta_1-2\int_0^{2\pi}u\,(v\cos\vartheta_1+w\sin\vartheta_1)\,\delta_1\,d\vartheta_1\right. \qquad (5)$$

где δ_1 и ϑ_1 — полярные координаты в плоскости τ_1 с центром $\tau_1=-\mathrm{tg}\,\gamma$.

Выражение (5) дает главный член подсасывающей силы. Действительно, u, v, w определены с ошибкой второго порядка малости, значит, ошибка в выражении для X_1 будет третьего порядка малости. Формулу (5) легко получить непосредственно из (3). Для этого нужно продифференцировать (3) по x и, используя уравнение

$$-\mu^2\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad \left(\mu=\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}\right) \qquad (6)$$

свести поверхностный интеграл к контурному. Затем проинтегрировать по x, после чего легко можно выделить часть, соответствующую подсасывающей силе, которая совпадает с выражением (5). Для симметричного крыла [2,3]

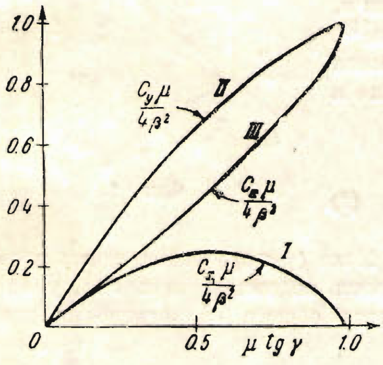
$$f(\tau)=\frac{\mu V\beta\,(1+\tau^2)\,\mathrm{tg}\,\gamma}{E(k')\sqrt{(b^2-\tau^2)(b^{-2}-\tau^2)}}, \qquad C_y=\frac{2\pi\beta}{E(k')}\,\mathrm{tg}\,\gamma \qquad (7)$$

где $E(k')$ — полный эллиптический интеграл второго рода, причем $k'=\sqrt{1-k^2}$ и $k=\mu\,\mathrm{tg}\,\gamma$, а b определяется соотношением $\mathrm{tg}\,\gamma\,/\,\mathrm{tg}\,\alpha=2b\,/\,(1+b^2)$.

Для вычисления подсасывающей силы достаточно иметь главные члены $f(\tau)$ и $\omega(\tau)$:

$$f(\tau)=\frac{c_1}{\sqrt{\tau+b}}+O(1)$$

$$\omega(\tau)=\frac{1}{2}\left[\,bf+\frac{1}{2}\bar{f}\,\right]+O(1) \qquad \left(c_1=\sqrt{\frac{1+b^2}{1-b^2}\,\frac{b}{2}}\,\frac{\mu V\beta\,\mathrm{tg}\,\gamma}{E(k')}\right)$$



Фиг. 2.

Интегралы, входящие в (5), легко вычисляются:

$$X_1=-\frac{\rho_0}{2}\pi V^2\beta^2\frac{\mathrm{tg}^2\,\gamma}{E^2(k')}\,\frac{1-b^2}{1+b^2} \qquad (8)$$

$$C_{x_1}=\frac{2X_1}{\rho_0V^2\,\mathrm{tg}\,\gamma}=-\beta^2\pi\frac{\mathrm{tg}\,\gamma}{E^2(k')}\,\frac{1-b^2}{1+b^2}=-\frac{k'}{4\pi}\,\mathrm{ctg}\,\gamma C_y^2 \qquad (9)$$

Коэффициент сопротивления будет

$$C_x=C_y\beta-\frac{k'}{4\pi}\,\mathrm{ctg}\,\gamma C_y^2 \qquad (10)$$

Если $\gamma=\alpha$, т. е. $b=1$, то

$$C_x=C_y\beta$$

и подсасывающая сила исчезает. Если $\alpha=\frac{1}{2}\pi$, то $b=0$

$$C_x=C_y\beta-\frac{1}{4\pi}\,\mathrm{ctg}\,\gamma C_y^2=\pi\beta^2\,\mathrm{tg}\,\gamma \qquad (11)$$

Заметим, что $C_{x1}\mu\,/\,4\beta^2$ и $C_x\mu\,/\,4\beta^2$ суть функции только от b или от $k=\mu\,\mathrm{tg}\,\gamma$. Эти зависимости изображены на фиг. 2.

Поступила в редакцию
4 VI 1947

E. A. KARPOVICH, F. I. FRANKL.–RESISTANCE OF A DELTA WING IN A SUPERSONIC FLOW

The formula is derived for the resistance of a delta-shaped winged, lying completely within the Mach cone, corrections being made for the sucking forces arising at the forward edge. The result is given by formula (11) and presented graphically in fig. 2. In the case of flight at the speed of sound, the sucking force is halved. When the Mach angle approaches the delta angle of the wing, the sucking force vanishes.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Busemann. Schriften der Deutschen Akademie der Luftfahrtforschung. 1943.
2. М. И. Гуревич. Прикладная математика и механика, 1946. Т. X. Вып. 4.
3. H. J. Stewart. Quarterly of Applied Mathemattics. 1946. Vol. IV. N 3.

3