

ОБРАТНОЕ ВЛИЯНИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ ТЕЛА, ОБТЕКАЕМОГО РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Л. Г. Лойцянский

(Ленинград)

§ 1. Идеальное и действительное распределение давления по поверхности крылового профиля. Вытеснение идеальных линий тока пограничным слоем. Толщина вытеснения в несжимаемой и сжимаемой жидкости

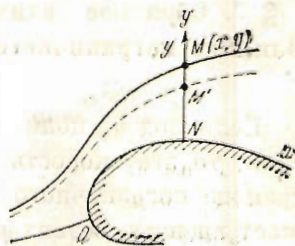
Известно, что распределение давления по поверхности обтекаемого жидкостью или газом тела, полученное экспериментальным путем, хорошо совпадает с теоретическим в передней части тела и становится все более отличным от теоретического при переходе в кормовую часть тела.

Это объясняется подтормаживанием жидкости или газа в пограничном слое на поверхности тела за счет молекулярной вязкости в ламинарном пограничном слое или турбулентного перемешивания — в турбулентном слое.

Пусть точка M (фиг. 1) принадлежит некоторой линии тока действительного течения (сплошная кривая), а M' — соответствующая ей точка идеальной линии (пунктирная кривая), совпадающей с действительной вдалеке от тела вверх по потоку. Тогда, вводя обозначения для продольных скоростей: u — в действительном течении в данном сечении пограничного слоя и u_0 — в идеальном потоке при том же значении абсциссы x , можно написать для любого $y \leq \delta$, т. е. в области пограничного слоя

$$\int_0^y u \, dy = u_0 \overline{NM'} = u_0 (y - \delta_y^*)$$

уравнение, выражающее выполнение условия одинаковости расхода сквозь сечение NM в действительном потоке и сквозь сечение NM' — в идеальном, имеющее место в силу совпадения струек вдалеке вверх по потоку. Величина $\delta_y^* = M'M$ характеризует смещение линии тока действительного течения по отношению к идеальной линии тока в точке M внутри пограничного слоя. Из последнего равенства можно найти смещение линии тока



Фиг. 1

$$\delta_y^* = \int_0^y \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy \quad (1.1)$$

На поверхности тела ($y = 0$) смещение равно нулю, при удалении от поверхности величина δ_y^* стремится к своему предельному значению

$$\delta^* = \lim_{y \rightarrow \infty, \delta} \delta_y^* = \int_0^{\infty, \delta} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy \quad (1.2)$$

обычно называемому «толщиной вытеснения»^[1,2].

В верхнем пределе интеграла стоят символы бесконечности или толщины пограничного слоя в знак того, что данное определение толщины вытеснения одинаково относится как к асимптотическому определению пограничного слоя, так и к приближенному представлению о слое конечной толщины. И в том и в другом случае существенно лишь предположение, что при $y \rightarrow \infty$ или $y \rightarrow \delta$, $u \rightarrow u_0$ и что интеграл имеет смысл¹.

В случае сжимаемой жидкости — газа можно аналогично написать, что

$$\int_0^y \rho u \, dy = \rho_0 u_0 \overline{NM'} = \rho_0 u_0 (y - \delta_y^*) \quad (1.3)$$

где индексом 0 отмечены значения величин на внешней границе пограничного слоя. При отсутствии пограничного слоя эти значения скорости и плотности имеют все частицы газа в данном нормальном сечении вблизи поверхности тела. Из формулы (1.3) следует

$$\delta_y^* = \int_0^y \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) dy \quad (1.4)$$

или в пределе

$$\delta^* = \int_0^{\infty, \delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) dy \quad (1.5)$$

В работах по пограничному слою в сжимаемом газе обычно пользуются другим выражением для толщины вытеснения^[2]. Выражение (1.5) применял Э. М. Берзон^[4].

§ 2. Обратное влияние пограничного слоя на внешнее обтекание. Влияние пограничного слоя на образование косых скачков уплотнения при сверхзвуковых течениях

Если под u_0 понимать скорость в идеальном обтекании без пограничного слоя, то эта скорость не будет равна действительной скорости на внешней границе пограничного слоя, так как самое наличие пограничного слоя искажает внешнее безвихревое обтекание тела, распределение внешних скоростей и распределение давления по поверхности тела.

В современной теории пограничного слоя принято обычно рассматривать лишь одностороннее влияние внешнего потока на движение жидкости внутри пограничного слоя. Что же касается обратного влияния пограничного слоя на внешнее обтекание, а следовательно, и на действительное распределение

¹ Под толщиной δ в дальнейшем будем подразумевать такое значение y , при котором все величины в данном сечении слоя достигают своих предельных значений, т. е. $u = u_0$, $T = T_0$, $\rho = \rho_0$; такой пограничный слой включает в себе и динамический и тепловой слой.

давления, то им или пренебрегают, или используют распределение давлений, взятое из опыта. Так, в ранее уже цитированной статье Прандтля^[1], в разделе, посвященном продольному обтеканию пластинки ламинарным пограничным слоем (стр. 108 русского перевода), говорится: «Смещение линий тока на величину δ^* незначительно изменяет рассматриваемый потенциальный поток. Вместо простого параллельного потока следует рассматривать поток вокруг параболического цилиндра толщиной $2\delta^*$, слегка изменяющего распределение давлений. Изложенные вычисления должны были бы быть повторены для этого нового распределения давлений, и в случае необходимости процесс должен быть повторен на основе новых измерений толщины вытеснения. Такие вычисления до сих пор не были проделаны, во всяком случае они лишь незначительно изменили бы области обычного практического применения этих расчетов. Однако они становятся необходимыми, если желателен переход к меньшим значениям числа Рейнольдса».

В случае крыловых профилей с относительно большой толщиной и вогнутостью или профилей малой толщины и вогнутости, но при значительных углах атаки, когда толщина пограничного слоя вблизи задней кромки достигает больших значений, обратное влияние пограничного слоя становится весьма существенным; указания на попытки учесть это влияние можно найти в литературе^[5].

При обтекании тел сжимаемым газом, при наличии скачков уплотнения во внешнем потоке можно ожидать весьма резкого подтормаживания газа в пограничном слое, а, следовательно, и отклонения линий тока от поверхности тела.

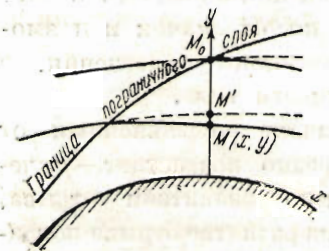
При резком отеснении линий тока от поверхности тела создаются местные условия, соответствующие течению газа вблизи вогнутой поверхности. Возникающий при этом косой скачок будет иметь тем большую косизну, чем интенсивнее отеснение линий тока. При таком взгляде наличие скачка является причиной внезапного отеснения линий тока, а косизна скачка — следствием интенсивности этого отеснения, зависящего как от числа Маха, так и от числа Рейнольдса. Опытные материалы подтверждают такое представление о происхождении косых скачков на поверхности крылового профиля. Так опыты показывают, что чем больше число Рейнольдса натекания, тем при прочих равных условиях меньше угол отклонения плоскости косого скачка от нормали к поверхности, т. е. тем ближе косой скачок к прямому. Это явление можно объяснить уменьшением толщины вытеснения, а следовательно, и отклонения линий тока от поверхности тела.

Точно так же известно, что косизна скачка, вначале не зависящая от числа Маха, начиная с некоторого его значения, резко возрастает — явление, которое в свою очередь может быть объяснено развитием отрыва, вызываемым ростом числа Маха. Влияние числа Маха на развитие отрыва пограничного слоя в случае ламинарного слоя было теоретически показано А. А. Дородницыным и автором настоящей статьи в совместной работе^[5]. Замечательные опыты Ферри по исследованию влияния числа Маха на «кризис обтекания» также показали, что с ростом числа Маха обтекание тела ухудшается и нужны все большие «критические» числа Рейнольдса, чтобы «кризис обтекания» произошел и сопротивление упало.

§ 3. Теорема о потенциальном потоке идеальной жидкости, эквивалентном по распределению давлений данному действительному обтеканию тела реальной жидкостью

Пусть задано плоское обтекание крылового профиля реальной (вязкой и сжимаемой) жидкостью, сопровождаемое образованием на теле пограничного слоя (а за телом — аэродинамического следа), толщина которого, как всегда, предполагается малой по сравнению с продольными размерами тела; предположим также, что повсюду на поверхности профиля толщина пограничного слоя очень мала по сравнению с радиусом кривизны контура профиля. Это имеет место при обычных плавных контурах крыловых профилей с острым углом на задней кромке при наличии безотрывного или не слишком резкого отрывного обтекания, наблюдаемых при сравнительно малых углах атаки, относительных толщинах и вогнутостях профиля. При этом предположении в области, занятой пограничным слоем, давление по нормали к поверхности не меняется и определяется распределением давления во внешнем потенциальном потоке.

Наряду с этим действительным потоком в пограничном слое рассмотрим в той же геометрической области воображаемый потенциальный поток (в общем случае — сжимаемой жидкости), который являлся бы *непрерывным продолжением* действительного внешнего потенциального потока на область, занятую пограничным слоем. В силу принятого предположения о малости толщины пограничного слоя по сравнению с радиусом кривизны поверхности в построенном таким образом потенциальном потоке давления, а следовательно, и продольные скорости будут совпадать с давлениями и скоростями в потоке на внешней границе области пограничного слоя. Вместо характерного для движения в пограничном слое убывания скорости от некоторого значения на внешней границе слоя до нулевого значения на поверхности крыла в эквивалентном по давлению потенциальном потоке повсюду на данной нормали будет одинаковая скорость, равная скорости на внешней границе слоя. Отсюда сразу следует, что рассматриваемый потенциальный поток, являющийся непрерывным продолжением внешнего потенциального потока и поэтому обладающий тем же



Фиг. 2

массовым расходом через сечение рассматриваемой струйки, что и действительный поток в пограничном слое, не сможет заполнить всю область пограничного слоя (включая в понятие пограничного слоя и аэродинамический след).

Для определения новой области течения рассмотрим (фиг. 2) некоторую точку M внутри пограничного слоя. Проведем через эту точку нормаль к поверхности профиля и отметим точку M_0 пересечения этой нормали с внешней границей пограничного слоя. Отметим сплошными линиями действительные линии тока, проходящие через эти точки, а пунктиром, идущим в некоторую точку M' на той же нормали, линию тока потенциального потока, являющегося продолжением внешнего потока. Тогда, обозначив

расстояние точки M_0 до поверхности тела через δ , будем иметь по условию одинаковости массового расхода через сечения MM_0 и $M'M_0$

$$\int_y^{\delta} \rho u dy = \rho_0 u_0 (\delta - y - \Delta_y^*)$$

где $\Delta_y^* = \overline{M'M}$; остальные обозначения те же, что и ранее. Отсюда

$$\Delta_y^* = \int_y^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) dy \quad (3.1)$$

Величину Δ_y^* не следует смешивать с величиной δ_y^* , определенной ранее формулой (1.4). В отличие от δ_y^* величина Δ_y^* на внешней границе слоя обращается в нуль и, наоборот, на поверхности профиля при $y=0$ достигает своего максимума, равного

$$(\Delta_y^*)_{y=0} = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 u_0}\right) dy = \delta^* \quad (3.2)$$

Линии тока искомого потенциального течения, эквивалентного по давлениям действительному, оказываются оттесненными в сторону внешнего потока от линий тока действительного течения на отрезки, направленные по нормали к поверхности тела и равные по величине Δ_y^* , определенной согласно (3.1). Основная, нулевая линия тока, разветвляющаяся в передней критической точке контура тела и в дальнейшем проходящая сквозь аэродинамический след тела, превращается при этом в некоторое бесконечное «полутело», образованное наращиванием величины «толщины вытеснения», рассчитанной по действительному распределению давления на нулевую линию тока.

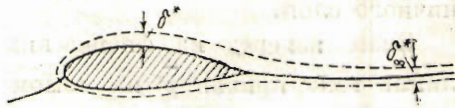
Отсюда вытекает теорема, являющаяся обобщением приведенных в § 2 соображений Прандтля на случай плоского обтекания любого тела реальной жидкостью. Действительное распределение давления в плоском потоке реальной жидкостью, обтекающей некоторый профиль, совпадает с распределением давления при безвихревом обтекании идеальной жидкостью полутела, образованного наращиванием на контур крыла и по обе стороны от нулевой линии тока в следу тела «толщины вытеснения», рассчитанной по действительному распределению давления.

На фиг. 3 показан штриховкой основной профиль, а пунктиром контур полутела, обтекание которого потенциальным потоком эквивалентно по распределению давления обтеканию профиля реальной жидкостью.

Практически определение формы полутела и распределения давления на нем следует вести по методу последовательных приближений, принимая, например, в первом приближении распределение давления соответствующим обтеканию крылового профиля потенциальным потоком с выполнением условия плавного обтекания задней кромки по гипотезе Жуковского.

Резкое восстановление коэффициента давления

$$\bar{p} = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2}$$



Фиг. 3

в единицу на задней кромке с последующим затем также резким уменьшением \bar{p} в следе не позволит получить при этом конечную величину «толщины вытеснения», а вблизи задней кромки обязательно появится отрыв пограничного слоя.

Зная наперед из физических соображений, что благодаря оттеснению линий тока кривая \bar{p} на самом деле вблизи задней кромки имеет плавный вид, можно заменить распределение давления \bar{p} в области задней кромки произвольной плавной кривой, соединяющей участки кривой давления на поверхности профиля и в точках нулевой линии тока, уходящей в бесконечность вниз по потоку.

Используя в первом приближении теоретическое распределение давления по поверхности тела и хвостовой нулевой линии тока, соответствующее гипотезе Жуковского и исправленное, как только что указывалось, вблизи задней кромки, определим по теории пограничного слоя толщину вытеснения, а затем и форму полутела в первом приближении. После этого найдем теоретическое распределение давления по поверхности полутела, новое распределение толщины вытеснения и т. д.

Оставляя в стороне вопросы расчета формы полутела и действительного распределения давления¹, обратимся к рассмотрению некоторых применений доказанной теоремы.

§ 4. Влияние пограничного слоя на потерю некоторой физической величины. Толщина потери физической величины в потоке реальной жидкости

Сравнивая действительное обтекание тела и эквивалентное ему по распределению давления потенциальное (безвихревое) обтекание соответствующего полутела, найдем влияние пограничного слоя на изменение в потоке различных физических величин, характеризующих течение.

Пусть q представляет удельное (отнесенное к единице массы и единице времени) количество некоторой физической величины, переносимой жидкостью через данную точку потока, а Q —секундное количество той же величины, переносимое жидкостью через выбранное в потоке сечение σ , перпендикулярное направлению скорости:

$$Q = \int_{\sigma} q_{zi} d\sigma$$

Пусть в пограничном слое величина q меняется от значения q_w на поверхности обтекаемого тела до значения q_0 на внешней границе слоя. Предположим, что в эквивалентном потенциальном потоке величина q в каждом сечении слоя принимает значение q_0 , одинаковое по сечению и изменяющееся лишь от сечения к сечению.

Условимся называть потерей некоторой физической величины в рассматриваемом сечении пограничного слоя разность между переносом этой

¹ Такого рода расчеты в случае несжимаемого газа проводились в Ленинградском политехническом институте, а также и в других местах и дали хорошее совпадение с опытом.

величины эквивалентным потенциальным потоком и переносом той же величины действительным потоком. Принимая во внимание, что по доказанному выше, при потенциальном течении эквивалентное сечение слоя равно $\delta - \delta^*$, получим выражение для искомой потери в виде

$$\Delta Q = \rho_0 u_0 q_0 (\delta - \delta^*) - \int_0^{\delta} \rho u q \, dy \quad (4.1)$$

Отсюда по (3.2) найдем

$$\Delta Q = \int_0^{\delta} \rho u (q_0 - q) \, dy \quad (4.2)$$

Аналогичное выражение найдем также, пользуясь слоем бесконечной толщины, представив в этом случае ΔQ в виде

$$\Delta Q = \int_0^{\infty} (\rho_0 u_0 q_0 - \rho u q) \, dy - \rho_0 u_0 q_0 \delta^* = \int_0^{\infty} \rho u (q_0 - q) \, dy \quad (4.3)$$

Отнеся потерю ΔQ к количеству $\rho_0 u_0 q_0$ той же физической величины, переносимому потенциальным потоком через единицу площади, получим линейную величину

$$\vartheta_q = \frac{\Delta Q}{\rho_0 u_0 q_0} = \int_0^{\delta, \infty} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{q}{q_0}\right) \, dy \quad (4.4)$$

которую будем называть «толщиной потери» рассматриваемой физической величины.

Полагая, например, $q = u$, получим «толщину потери импульса», или «толщину потери количества движения», обычно обозначаемую через δ^{**} :

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta, \infty} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) \, dy \quad (4.5)$$

Полагая $q = g_{c_p} T$, определим толщину «потери количества тепла»:

$$\vartheta_T = \int_0^{\delta, \infty} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{T}{T_0}\right) \, dy \quad (4.6)$$

Аналогично найдем толщины потери энергии и др.

§ 5. Сопротивления крылового профиля и решетки профилей

Доказанная в § 3 теорема может быть положена в основу простого и вместе с тем строгого вывода формулы профильного сопротивления крылового профиля и решетки профилей.

Сравним два эквивалентных по распределению давления потока: 1) действительное обтекание тела с расширяющимся вниз по потоку пограничным слоем и 2) потенциальное обтекание уходящего на бесконечность полутела.

Рассмотрим (фиг. 4) какое-нибудь сечение следа за обтекаемым телом σ_2 и проведем через крайние точки сечения σ_2 линии тока. Пусть эти линии тока образуют впереди тела сечение σ_1 .

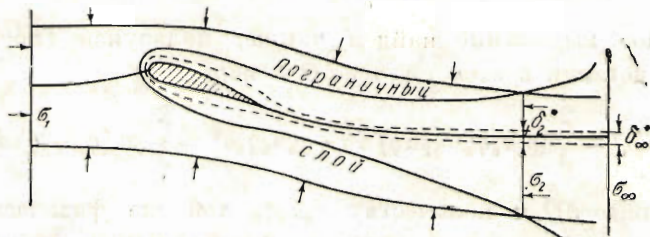
Применяя в проекции на ось x , направленную по скорости на бесконечности, теорему количеств движения к контрольному контуру, состоящему

из указанных только что линий тока и сечений σ_1 и σ_2 ; получим в первом, действительном потоке

$$\int_{\sigma_1} \rho u^2 dy - \int_{\sigma_2} \rho u^2 dy - R_x + X_p = 0 \quad (5.1)$$

где R_x — проекция на ось x главного вектора сил, приложенных к крыловому профилю, т. е. профильное его сопротивление, а X_p — проекция на ось x всех сил давлений, приложенных к рассматриваемому контрольному контуру.

Обращаясь теперь ко второму потоку, отличающемуся от первого тем, что пограничный слой заменен потенциальным потоком, обтекающим полу-



Фиг. 4

тело, показанное на фиг. 4 пунктиром, применим вновь теорему импульсов, причем разобьем мысленно хвост полутела сечением σ_2 на две части и заметим, что в образовавшейся щели по основному свойству пограничного слоя-следа давление по обе стороны будет одним и тем же, так что никакого течения в щели не будет, и проекция равнодействующей сил давлений по внешней контрольной поверхности сохранит прежнее значение X_p . Итак, будем иметь для второго потока

$$\int_{\sigma_1} \rho u^2 dy - (\sigma_2 - \delta_2^*) \rho_0 u_0^2 - R_{ix} + X_p = 0 \quad (5.2)$$

где R_{ix} — проекция на ось x сопротивления переднего отсека полутела, δ_2^* — толщина вытеснения в сечении σ_2 , ρ_0 и u_0 — плотность и скорость на внешней границе слоя в сечении σ_2 . Вычитая из равенства (5.1) почленно равенство (5.2) и используя формулу (3.2) для δ_2^* , получим формулу сопротивления в виде

$$R_x = \int_{\sigma_2} \rho u (u_0 - u) dy + R_{ix} \quad (5.3)$$

Как известно^[6], сопротивление передней части полутела в несжимаемой жидкости при удалении сечения σ_2 на бесконечность стремится к нулю. То же, как легко показать, имеет место и при адиабатическом движении сжимаемой жидкости. В этих случаях имеем

$$R_x = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_{\sigma_2} \rho u (u_0 - u) dy = \int_{\sigma_\infty} \rho u (u_\infty - u) dy \quad (5.4)$$

Вводя коэффициент профильного сопротивления (b — хорда)

$$c_{xp} = \frac{R_x}{\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 b} \quad (5.5)$$

и толщину потери импульса на бесконечности

$$\delta_{\infty}^{**} = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_{\sigma_2} \frac{\rho u}{\rho_0 u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy = \int_{\sigma_{\infty}} \frac{\rho u}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right) dy \quad (5.6)$$

получим по (5.4) формулу

$$c_{xp} = 2 \frac{\delta_{\infty}^{**}}{b} \quad (5.7)$$

справедливую как в несжимаемой, так и сжимаемой жидкости при адиабатическом характере течения.

Аналогичными рассуждениями найдем секундное количество тепла, приобретаемое жидкостью за счет теплоотдачи тела и диссипации энергии в пограничном слое при больших скоростях.

Обозначим этот приток тепла через W ; тогда уравнение баланса тепла в области потока, ограниченной ранее рассмотренной контрольной поверхностью, состоящей из двух сечений σ_1 и σ_2 и двух линий тока, проходящих через края этих сечений, в действительном течении будет

$$\int_{\sigma_1} \rho u g c_p T dy + W - \int_{\sigma_2} \rho u g c_p T dy = 0 \quad (5.8)$$

Предполагая, что при потенциальном обтекании полутела ни теплоотдачи ни диссипации нет, получим

$$\int_{\sigma_1} \rho u g c_p T dy - (\sigma_2 - \delta^*) \rho_0 u_0 g c_p T_0 = 0 \quad (5.9)$$

Вычитая (5.9) из (5.8) и вновь используя (3.2), найдем

$$W = \int_{\sigma_1} g c_p \rho u (T - T_0) dy \quad (5.10)$$

или, отодвигая σ_2 на бесконечность,

$$W = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_{\sigma_2} g c_p \rho u (T - T_0) dy = \int_{\sigma_{\infty}} g c_p \rho u (T - T_{\infty}) dy \quad (5.11)$$

Деля обе части последнего равенства на $g c_p \rho_{\infty} u_{\infty} T_{\infty}$, получим, по (4.6)

$$\frac{W}{g c_p \rho_{\infty} u_{\infty} T_{\infty}} = \int_{\sigma_{\infty}} \frac{\rho u}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \left(\frac{T}{T_{\infty}} - 1\right) dy = -\vartheta_{T_{\infty}} \quad (5.12)$$

где $\vartheta_{T_{\infty}}$ толщина потери количества тепла за счет влияния реальности (наличия вязкости и теплопроводности) жидкости положительная, если $T < T_{\infty}$, и отрицательная в противоположном случае.

Рассмотрим *решетку* крыловых профилей с осью, направленной по оси x . Составим контрольную поверхность, аналогичную случаю изолированного профиля (фиг. 4). Разница будет в том, что сечения σ_1 и σ_2 окажутся наклонены к направлению скоростей жидкости вдалеке спереди и сзади решетки, причем предполагается, что сечение расположено до плоскости смыкания пограничных слоев или совпадает с ней.

Применяя теорему импульсов в проекции на ось x и y сначала к действительному потоку, а затем к эквивалентному по давлениям идеальному потоку вокруг решетки полутел, получим:

для действительного потока

$$\int_{\sigma_1} \rho u^2 dy - \int_{\sigma_2} \rho u^2 dy + X_p - R_x = 0 \quad (5.8)$$

$$\int_{\sigma_1} \rho uv dy - \int_{\sigma_2} \rho uv dy + Y_p - R_y = 0$$

для эквивалентного потока

$$\int_{\sigma_1} \rho u^2 dy - (\sigma_2 - \delta_{2y}^*) \rho_{20} u_{20}^2 + X_p - R_{ix} = 0 \quad (5.9)$$

$$\int_{\sigma_1} \rho uv dy - (\sigma_2 - \delta_{2y}^*) \rho_{20} u_{20} v_{20} + Y_p - R_{iy} = 0$$

Здесь δ_{2y}^* обозначает толщину вытеснения, рассчитанную по проекциям скорости на ось x и равную

$$\delta_{2y}^* = \int_{\sigma_2} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_{20} u_{20}} \right) dy.$$

где ρ_{20} , u_{20} — плотность и скорость во внешнем потоке в сечении σ_2 .

Отсюда, как и раньше, простым вычитанием получим

$$R_x = \int_{\sigma_2} \rho u (u_{20} - u) dy + R_{ix}, \quad R_y = \int_{\sigma_2} \rho u (v_{20} - v) dy + R_{iy} \quad (5.10)$$

Таким образом, задача сводится, к вычислению толщины потери импульса и проекций сил, приложенных к отрезку полутела, входящего в решетку, обтекаемую потенциальным потоком.

Поступила в редакцию
12 II 1947

Институт механики
Академии Наук СССР

L. G. LOYTSIANSKY.—RECIPROCAL ACTION OF THE BOUNDARY LAYER ON THE DISTRIBUTION OF PRESSURE OVER THE SURFACE OF A BODY IN A FLOW

The paper presents a proof of the theorem that it is possible to construct a plane, non-vortex flow of a perfect fluid (compressible in the general case) equivalent in distribution of pressure to a given actual flow. The first to speak of the possibility of constructing such a flow, in the particular case of longitudinal flow of an incompressible fluid about a plate, was Prandtl.

The application of the theorem makes it possible to obtain the expression for the resistance of a profile and a grid of profiles in terms of the „thickness of loss of impulse“ in the aerodynamic wake and the projection of the main vector of forces applied to a semi-body or a grid of semi-bodies in a flow of a perfect fluid.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дюренд В. Аэродинамика. Оборонгиз. 1939. Т. III [Статья Прандтля, стр. 107].
2. Лойцянский Л. Г. Аэродинамика пограничного слоя. ОГИЗ. 1941. [Стр. 81].
3. Дородницын А. А. Пограничный слой в сжимаемом газе. 1942. Т. VI.
4. Берзон Э. М. Интегральное соотношение Кармана для сжимаемого газа. Труды Ленингр. военно-воздушной академии. 1942.
5. Stuper. ZfM. 24. 1933 [439—441].
6. Дородницын А. А., Лойцянский Л. Г. Пограничный слой крылового профиля при больших скоростях. Труды ЦАГИ. 1944. Вып. 551.
7. Прандтль А., Титъенс О. Гидро- и аэромеханика. ОНТИ. 1935. Т. II. [Стр. 1935].