

К ТЕОРИИ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ГАЗОМ ПРИ БОЛЬШИХ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

С. Г. Н у ж и н

(Казань)

В большинстве теоретических задач, касающихся движения самолета при больших дозвуковых скоростях, мы встречаемся с построением потенциального потока сжимаемой жидкости около тел удобообтекаемой формы (крыловой профиль, фюзеляж).

Основная трудность при решении этих задач состоит в том, что уравнение для потенциала скоростей сжимаемой жидкости не будет линейным.

Маленброк и Чаплыгин были первыми исследователями, которым удалось получить линейные уравнения для движения газа путем перехода к новым переменным: величине скорости и углу ее направления.

Прандтль и Глауэрт дали теорему, дающую примерную оценку влияния сжимаемости на подъемную силу крыла.

Методы Поджи и Вальтера, основанные на одних и тех же идеях, приводят задачу к решению бесконечной системы уравнений Пуассона.

Христианович дал решение задачи обтекания тел сжимаемой жидкостью, приведя решение к задаче обтекания несколько видоизмененного тела.

Карман и Цзен дали приближенное решение задачи обтекания крыловых профилей, заменив уравнение состояния газа в форме адиабаты уравнением касательной в точке, отвечающей невозмущенному потоку.

Некрасов решает задачу восстановления линейности уравнения для потенциала скоростей путем применения преобразования Лежандра.

В настоящей работе дается приближенный метод, который позволяет задачу о построении потенциального потока сжимаемой жидкости около тел удобообтекаемой формы при дозвуковых скоростях привести к задаче о построении потенциального потока несжимаемой жидкости около тел той же формы.

§ 1. Преобразование уравнений движения. Ограничим себя рассмотрением потенциального потока сжимаемой жидкости около тел удобообтекаемой формы, т. е. тел, которые обтекаются без отрыва от поверхности.

Обозначим через v_∞ , ρ_∞ , p_∞ соответственно скорость, плотность и давление потока, набегающего на рассматриваемое нами тело. Около тела эти величины будут иметь значения соответственно v , ρ , p .

На основании теоремы Лагранжа в случае идеальной жидкости движение всюду будет безвихревым. Обозначая через v_x , v_y , v_z проекции скорости

на оси координат, связанные с телом, будем иметь следующую систему уравнений для определения искомых величин v_x, v_y, v_z, ρ, p :

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{dv_y}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{dv_z}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{p}{p_\infty} = \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right) \quad \left(\chi = \frac{c_p}{c_r} \right) \quad (1.4)$$

Интегрируя уравнения (1.1) с учетом (1.3) и (1.4), будем иметь

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\chi}{\chi-1} \frac{p}{\rho} = \frac{v_\infty^2}{2} + \frac{\chi}{\chi-1} \frac{p_\infty}{\rho_\infty} \quad (1.5)$$

Для скорости звука имеем $a^2 = \chi p / \rho$. Из (1.4) и (1.5) следует, что

$$\rho = \rho_\infty \left(1 - \frac{\chi-1}{2} M^2 (v^{*2} - 1) \right)^{\frac{1}{\chi-1}} \quad (1.6)$$

$$p = p_\infty \left(1 - \frac{\chi-1}{2} M^2 (v^{*2} - 1) \right)^{\frac{\chi}{\chi-1}}$$

где $v^* = v / v_\infty$ и $M = v_\infty / a_\infty$ есть число Маха.

Таким образом задача приводится к построению потенциального потока, обтекающего тело заданной формы, т. е. к нахождению проекций скоростей v_x, v_y, v_z из уравнений (1.2), (1.3) и (1.6)

Запишем следующее соотношение:

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = v_y \frac{\partial \rho}{\partial x} - v_x \frac{\partial \rho}{\partial y} = -v \frac{\partial \rho}{\partial n} \quad (1.7)$$

где n — направление внешней нормали к линии тока в плоскости xy .

На основании (1.4) соотношению (1.7) можно придать другой вид:

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{1}{a^2} \left(v_y \frac{\partial p}{\partial x} - v_x \frac{\partial p}{\partial y} \right) = -\frac{v}{a^2} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (1.8)$$

Вставляя в (1.8) значения производных $\partial p / \partial x$ и $\partial p / \partial y$ из (1.1), будем иметь

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = \rho \frac{v_x^2 + v_y^2}{a^2} \frac{d}{dt} \operatorname{arctg} \frac{v_y}{v_x} \quad (x, y, z) \quad (1.9)$$

Здесь и в дальнейшем символ (x, y, z) , стоящий рядом с формулой, означает, что две аналогичные формулы могут быть получены круговой перестановкой этих букв.

Произведем в (1.2) и (1.9) замену

$$\rho v_x = \rho_\infty v_{ox}, \quad \rho v_y = \rho_\infty v_{oy}, \quad \rho v_z = \rho_\infty v_{oz} \quad (1.10)$$

где физический смысл величин v_{0x} , v_{0y} , v_{0z} будет выяснен, получим

$$\frac{\partial v_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0z}}{\partial z} = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial v_{0x}}{\partial y} - \frac{\partial v_{0y}}{\partial x} = \frac{v_{0y}^2 + v_{0z}^2}{a^2 \rho^{*2}} \frac{d}{dt} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{v_{0z}}{v_{0y}} \quad (x, y, z) \quad (1.12)$$

где

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad a^2 = a_\infty^2 \rho^{*x-1} = a_\infty^2 \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M^2 (v^{*2} - 1) \right] \quad (1.13)$$

Из (1.12) следует, что

$$a^2 \rho^{*2} = a_\infty^2 \rho^{*x+1} \quad (1.14)$$

Ниже приводятся формулы, выражающие ρ^* через $v_0^* = v_0 / v_\infty$.

Заметим, что правые части (1.12), представляющие удвоенные компоненты вихрей, будут выражаться только через v_{0x} , v_{0y} , v_{0z} и их производные.

Таким образом уравнения потенциального движения сжимаемой жидкости преобразованы к уравнениям вихревого движения несжимаемой жидкости при тех же граничных условиях. При этом согласно (1.10) скорости потока сжимаемой жидкости имеют то же направление, что и скорости потока несжимаемой жидкости в одних и тех же точках. Изменяется лишь масштаб скоростей; линии тока не изменяются в результате преобразования уравнений движения.

Согласно (1.12) компоненты вихрей преобразованного потока равны нулю в точках, удаленных от тела, куда не распространяется возмущающее действие тела. Компоненты вихрей равны нулю или в точках разветвления потока, где скорость равна нулю, или в точках потока, где радиус кривизны линий тока равен бесконечности.

Поток, представляемый уравнениями (1.11) и (1.12), можно рассматривать как результат наложения на потенциальный поток несжимаемой жидкости чисто вихревого потока, удвоенные компоненты вихрей которого выражаются равенствами (1.12).

В случае тел удобообтекаемой формы интенсивность вихрей согласно (1.12) будет небольшой.

Если ось x направлена по хорде обтекаемого профиля, $\operatorname{arc} \operatorname{tg} v_{0y} / v_{0x}$ будет представлять угол, образуемый касательной к линии тока с осью x , и

$$\left| \frac{d}{dt} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right| = \frac{d}{ds} \left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right) \frac{ds}{dt} = \frac{v_0}{R} \quad (1.15)$$

где R — радиус кривизны линии тока в рассматриваемой точке, а ds — элемент линии тока. На основании (1.15) будем иметь

$$\left| \frac{\partial v_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial v_{0x}}{\partial y} \right| = \frac{M^2 v_0^{*3}}{R \rho^{*x+1}} \quad (1.16)$$

Из (1.16) усматриваем, что в случае крыловых профилей, работающих под небольшими углами атаки, интенсивность вихрей будет всюду небольшой или за счет большого радиуса кривизны линий тока, или за счет v_0^{*3} .

Исходя из (1.10) и (1.13), легко установить зависимость

$$v^* \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M^2 (v^{*2} - 1) \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} = v_0^* \quad (1.17)$$

§ 2. Основные формулы. Из (1.17) следует, что максимальное значение v_0 имеет место при

$$v = a_{cr} = \sqrt{\frac{(z-1)v_{\infty}^2 + 2a_{\infty}^2}{z+1}} \quad (2.1)$$

где a_{cr} — критическая скорость звука, равная местной скорости потока. Таким образом, до значений v , даваемых формулой (2.1), v_0 растет вместе с v , затем начинает убывать.

Соотношение (1.17) безусловно справедливо для дозвуковой области.

Оно справедливо и для сверхзвуковой области при отсутствии скачков уплотнения; как пример можно привести движение жидкости в соплах Лаваля. В этом случае каждому значению v_0 на основании (1.17) отвечают два значения v , из которых одно меньше значения, даваемого формулой (2.1), а другое больше.

Формула (1.17) не дает возможности непосредственно точно определять скорости потока на поверхности обтекаемого тела при заданном значении числа Маха M через скорости потенциального потока несжимаемой жидкости, которые на поверхности тела предполагаются известными.

Если обозначить через v_{10} скорость потенциального потока несжимаемой жидкости, то нетрудно установить на примере плоской задачи, исходя из (1.7) и (1.6), что $v_{10} > v_0$ в тех точках поверхности тела, где $v > v_{\infty}$, за счет скоростей, индуцируемых вихрями. И, наоборот, $v_{10} < v_0$ в тех точках поверхности тела, где $v < v_{\infty}$.

Если заменить через v_0^* в правой части (1.17) через v_{10}^* , то для v^* будут получаться несколько преувеличенные значения в тех точках поверхности тела, где $v > v_{\infty}$, и несколько преуменьшенные в точках, где $v < v_{\infty}$.

Если одновременно заменить v^* в квадратных скобках равенства (1.17) через v_{10}^* , то получим формулу

$$v^* = \frac{v_0^*}{\sigma_0}, \quad \sigma_0 = \left[1 - \frac{z-1}{2} M^2 (v_{10}^{*2} - 1) \right]^{\frac{1}{z-1}} \quad (2.2)$$

которая будет давать для v^* через v_{10}^* значения, более близкие к истинным. Решение (2.2) с достаточным для практических целей приближением удовлетворяет исходным уравнениям (1.1), (1.2) и (1.3) и может быть принято за первое приближение.

Беря зависимость v^* от v_{10}^* в виде (2.2), мы делаем какое-то допущение, но это допущение вполне оправдывается тем хорошим совпадением, которое дает настоящая теория при наличии сделанного допущения с экспериментом. Зависимость (2.2) имеет еще то преимущество, что она является однозначной и распространяет закон движения, имеющий место в дозвуковой области, до значений, больших критической скорости, и исключает второй режим движения, который имеет место при скоростях, больших критического значения.

На основании (2.2) легко построить потенциальный поток сжимаемой жидкости около тела заданной формы, зная потенциальный поток несжимаемой жидкости, и наоборот.

В дальнейшем будем опускать индекс 1 в v_{10}^* . Для упрощения счета выодно функцию σ_0 , входящую в (2.2), представить в виде ряда

$$\sigma_0 = 1 - \tau_0 + \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \tau_0^2 - \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \left(1 - \frac{2\kappa}{3}\right) \tau_0^3 + \dots$$

$$\left(\tau_0 = \frac{1}{2} M^2 (v_0^{*2} - 1)\right) \quad (2.3)$$

Ряд (3.3) сходится быстро и равномерно.

Зная поле скоростей и пользуясь формулой (1.6) или формулой

$$p^* = 1 - \tau + \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \tau^2 - \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \left(1 - \frac{2\kappa}{3}\right) \tau^3 + \dots$$

$$\left(\tau = \frac{1}{2} M^2 (v^{*2} - 1)\right) \quad (2.4)$$

можно определить в каждой точке потока значение плотности.

Из (1.4) для коэффициента давления получим формулу

$$p^* = \frac{p - p_\infty}{\rho_\infty v_\infty^2 / 2} = \frac{2}{\kappa M^2} (v^{*2} - 1) = (v^{*2} - 1) \left[-1 + \frac{\tau}{2} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \tau^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \left(1 - \frac{2\kappa}{3}\right) \tau^3 - \dots \right] \quad (2.5)$$

§ 3. Вычисление скоростей и давлений. Представим себе, что известно распределение давления несжимаемой жидкости на поверхности заданного профиля на каком-то угле атаки или при каком-то значении C_y . Распределение давления, полученное экспериментальным путем хотя бы и при небольших значениях Маха M , когда, казалась бы, поток можно было рассматривать несжимаемым, нельзя точно считать соответствующим условиям несжимаемой жидкости. Дело в том, что незначительное несоответствие условиям несжимаемой жидкости может привести к большой ошибке при пересчете распределения давления на большие значения M . Поэтому, прежде чем пересчитывать на большие M , необходимо предварительно произвести пересчет на $M=0$. Точно так же небольшая ошибка, допущенная при теоретическом определении давления в условиях несжимаемой жидкости или при экспериментальном определении при небольших значениях M , может также привести к большой ошибке при пересчете на большие значения M . Поэтому требуется особая точность в исходных данных при пересчете на большие M , особенно в области минимальных значений p^* . Теоретическое распределение давления на профиле для несжимаемой жидкости может быть получено методом, изложенным в работе [4].

Предполагая, что исходные данные являются вполне надежными, пересчет распределения давления от $M=0$ на данное значение числа Маха M производится следующим образом. Задаемся рядом значений p_0^* , начиная от $p_0^* = 1$ до значений, немного меньших $p_0^* \min$, где каждое последующее значение отличается от предыдущего на одну и ту же величину, допустим на 0.1. Для каждого из этих значений мы по формуле

$$v_0^{*2} = 1 - p_0^* \quad (3.1)$$

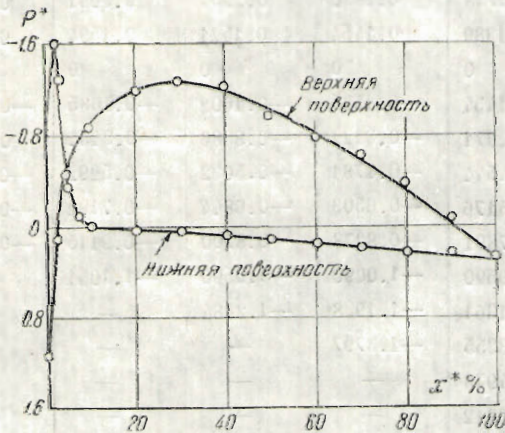
найдем соответствующие значения v_0^{*2} и v_0^* .

$M \backslash p_0^*$	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
1.0	1.0025	1.0057	1.0100	1.0158	1.0227	1.0311	1.0406	1.0517
0.9	0.9030	0.9066	0.9117	0.9183	0.9264	0.9360	0.9471	0.9597
0.8	0.8030	0.8072	0.8128	0.8201	0.8288	0.8392	0.8512	0.8649
0.7	0.7032	0.7075	0.7133	0.7208	0.7290	0.7406	0.7530	0.7673
0.6	0.6032	0.6074	0.6131	0.6206	0.6298	0.6404	0.6528	0.6667
0.5	0.5032	0.5070	0.5125	0.5196	0.5281	0.5383	0.5498	0.5600
0.4	0.4032	0.4063	0.4113	0.4176	0.4251	0.4343	0.4446	0.4565
0.3	0.3027	0.3052	0.3093	0.3146	0.3210	0.3285	0.3372	0.3470
0.2	0.2021	0.2037	0.2067	0.2107	0.2152	0.2210	0.2272	0.2345
0.1	0.1011	0.1021	0.1037	0.1057	0.1083	0.1112	0.1148	0.1186
0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.1	-0.1009	-0.1012	-0.1034	-0.1066	-0.1097	-0.1132	-0.1171	-0.1218
-0.2	-0.2018	-0.2024	-0.2092	-0.2146	-0.2208	-0.2282	-0.2370	-0.2468
-0.3	-0.3036	-0.3083	-0.317	-0.3231	-0.3330	-0.3425	-0.3690	-0.3745
-0.4	-0.4050	-0.4118	-0.4208	-0.4323	-0.4469	-0.4639	-0.4825	-0.5056
-0.5	-0.5060	-0.5154	-0.5276	-0.5420	-0.5623	-0.5842	-0.6103	-0.6394
-0.6	-0.6080	-0.6197	-0.6348	-0.6546	-0.6788	-0.7073	-0.7398	-0.7769
-0.7	-0.7100	-0.7241	-0.7427	-0.7672	-0.7964	-0.8316	-0.8718	-0.9169
-0.8	-0.8112	-0.8283	-0.8512	-0.8802	-0.9158	-0.9579	-1.0061	-1.0600
-0.9	-0.9152	-0.9339	-0.9604	-0.9952	-1.0364	-1.0861	-1.1426	-1.2064
-1.0	-1.0175	-1.0389	-1.0703	-1.1100	-1.1599	-1.2162	-1.2815	-1.3549
-1.1	-1.1203	-1.1459	-1.1808	-1.2259	-1.2821	-1.3479	-1.428	-1.5067
-1.2	-1.2229	-1.2520	-1.2916	-1.3440	-1.4067	-1.4817	-1.5667	-1.6608
-1.3	-1.3258	-1.3585	-1.4032	-1.4620	-1.5331	-1.6173	-1.7122	-1.8177
-1.4	-1.4289	-1.4658	-1.5156	-1.5808	-1.6605	-1.7543	-1.8607	-1.9776
-1.5	-1.5320	-1.5731	-1.6282	-1.7020	-1.7892	-1.8941	-2.0111	-2.1391
-1.6	-1.6343	-1.6805	-1.7418	-1.8228	-1.9200	-2.0290	-2.1634	-2.3025
-1.7	-1.7387	-1.7883	-1.8555	-1.9444	-2.0517	-2.1773	-2.3176	-2.4680
-1.8	-1.8426	-1.8972	-1.9701	-2.0672	-2.185	-2.3215	-2.4750	-2.6358
-1.9	-1.9463	-2.0054	-2.0861	-2.1920	-2.3187	-2.4677	-2.6333	-2.8056
-2.0	-2.0502	-2.1147	-2.2015	-2.3167	-2.4544	-2.6162	-2.7928	-2.9765
-2.1	-2.1545	-2.2245	-2.3204	-2.4416	-2.5926	-2.7655	-2.9554	-3.1485
-2.2	-2.2587	-2.3351	-2.4349	-2.5691	-2.7305	-2.9176	-3.1190	-3.3213
-2.3	-2.3630	-2.4447	-2.5533	-2.6973	-2.8702	-3.0700	-3.2842	—
-2.4	-2.4678	-2.5553	-2.6714	-2.8258	-3.0145	-3.2271	-3.4499	—
-2.5	-2.5722	-2.6659	-2.7909	-2.9556	-3.1534	-3.3806	-3.6177	—
-2.6	-2.6770	-2.7783	-2.9103	-3.0867	-3.2976	-3.5375	-3.7872	—
-2.7	-2.7812	-2.8901	-3.0301	-3.2178	-3.4424	-3.6916	-3.9566	—
-2.8	-2.8875	-3.0016	-3.1514	-3.3494	-3.5887	-3.8554	-4.1277	—
-2.9	-2.9917	-3.1134	-3.2724	-3.4844	-3.7357	-4.0184	-4.2996	—
-3.0	-3.0985	-3.2267	-3.3944	-3.6183	-3.8838	-4.1798	-4.4712	—

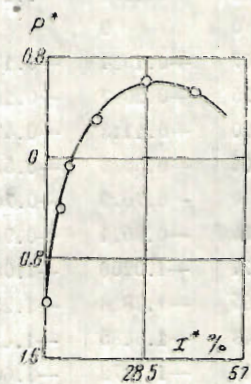
Затем по формулам (2.3) вычисляем соответствующие значения τ_0 и σ_0 , по формуле (2.2) вычисляем соответствующие значения τ^* , по формуле (2.4) — соответствующие значения τ и, наконец, по формуле (2.5) — соответствующие значения p^* .

Откладывая по оси абсцисс p_0^* , а по оси ординат полученные для них значения p^* , строим кривую, выражающую графически зависимость p^* от p_0^* для данного значения числа Маха M , являющегося параметром. Полученная кривая будет проходить через начало координат.

Заметим, что функция $p^* = f(p_0^*, M)$ не зависит от формы тела. В табл. 1 даются значения функции $p^* = f(p_0^*, M)$ для различных значений параметра M от $M = 0.1$ до $M = 0.85$ через интервал 0.05. Пользуясь этой таблицей, пересчет распределения давления на профиле при значении $M = m$ для значения $M = \mu$ может быть произведен следующим образом. Откладывая по



Фиг. 1



Фиг. 2

оси абсцисс значения p_m^* , по оси ординат соответствующие значения p_μ^* , построим кривую $p_\mu^* = f(p_m^*)$ в масштабе и диапазоне кривой распределения давления на профиле при $M = m$. Задавая абсциссой какой-либо точки на профиле по хордовой диаграмме распределения давления, на профиле для $M = m$ берется соответствующее значение p_m^* , а для него по кривой $p_\mu^* = f(p_m^*)$ определяется значение p_μ^* в той же точке профиля.

Поток вязкой жидкости можно считать приближенно потенциальным до $C_y = 0.4$, и поэтому все теоретические результаты, относящиеся к построению потока для идеальной жидкости, можно переносить достаточно надежно на реальную жидкость только до значений $C_y = 0.4$.

Продоланные этим путем пересчеты распределения давления для винтового профиля восьмипроцентной толщины при $\alpha = 4^\circ$ от значения $M = 0.397$ для значений $M = 0.703$ дали весьма удовлетворительное совпадение с экспериментальными результатами; сравнение представлено на фиг. 1, где сплошной кривой показаны экспериментальные результаты Ферри [3], точками — результаты вычислений. Фиг. 2 дает распределение давления для тела вращения при $\alpha = 0^\circ$; сплошная кривая — экспериментальная для $M = 0.73$, точками показаны результаты пересчетов для этого значения от $M = 0.27$

§ 4. Критические числа Маха. Предельные значения чисел Маха, выше которых на поверхности самолета появляются местные скорости, равные (2.1), называются критическими. Обозначив через p_{cr}^* давление, отвечающее критической скорости, исходя из (1.13), (2.5) и (2.1), найдем

$$p_{cr}^* = \frac{2}{z M_{cr}^2} \{ [1 - (z-1)\mu]^{\frac{z}{z-1}} - 1 \}$$

$$\left(\mu = \frac{1 - M_{cr}^2}{z+1} \right) \quad (4.1)$$

что позволяет, зная величину p_{cr}^* , определить M_{cr} , а следовательно, и предельную скорость полета самолета, выше которой на поверхности самолета может наступить волновой кризис.

Для упрощения счета формулу (4.1) выгодно представить рядом

$$p_{cr}^* = \frac{2\mu}{M_{cr}^2} \left[- + \frac{\mu}{2} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{z}{2} \right) \mu^2 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{z}{2} \right) \left(1 - \frac{2z}{3} \right) \mu^3 - \dots \right] \quad (4.2)$$

Задаваясь значениями M_{cr} и находя по формуле (4.2) значения p_{cr}^* , можно получить зависимость $M_{cr} = f(p_{cr}^*)$ в графическом виде.

Изменения в поле давлений, производимые телом, помещенным в прямолинейно-поступательный поток, измеряются коэффициентом давлений. Для плоской пластинки, поставленной по потоку, p_{cr}^* равно нулю и критическое число Маха согласно (4.1) будет равняться единице. Это следует из того, что пластинка, поставленная под углом атаки нуль, не искажает потока, набегающего на нее. Иначе будет обстоять дело, когда в поток помещено тело, отличное от пластинки. В потоке, возмущенном присутствием тела, местные критические скорости могут появляться в первую очередь на поверхности тела при скорости набегающего потока, меньшей скорости звука. Таким образом с ростом модуля p_{cr}^* критическое число Маха будет падать. Это следует непосредственно из формулы (4.1).

Для практических целей большой интерес представляет определение M_{cr} , для которого минимальное давление равно p_{cr}^* по заданному минимальному давлению на профиле при $M=0$. Эта задача может быть решена следующим образом. Имея сетку кривых $p^* = f(p_0^*)$ для M , равных 0, 0.1, 0.2 и т. д., и задаваясь значениями M_{cr} по кривой $M_{cr} = f(p_{cr}^*)$, получаем соответствующие значения p_{cr}^* ; пользуясь ими по кривой $p^* = f(p_0^*)$ для тех же значений M_{cr} , определяем соответствующие значения p_0^* и строим искомую кривую $M_{cr} = f(p_0^*)$.

Кривая, построенная этим методом, идет близко к кривой, полученной по теории Христиановича [1].

Поступила в редакцию
13 VII 1946

**S. G. NUGHIN.—THEORY OF FLOW OF GAS PAST A BODY AT HIGH
SUBSONIC VELOCITIES**

The paper gives an approximate procedure for determining the potential flow of a compressible fluid around a streamlined body traveling at high subsonic velocities, provided the potential flow of the incompressible fluid is known.

ЛИТЕРАТУРА

1. Христианович А. А. Обтекание тел газом при больших [дозвуковых] скоростях. Труды ЦАГИ. 1940. Вып. 481.
2. T. h. Kármán. Compressibility Effects in Aerodynamics. Journal of the Aeronautical Sciences. 1941.
3. К вопросу о максимальной скорости самолета. Сборник статей из иностранной научной литературы. Оборонгиз. 1941.
4. Нугин С. Г. К теории крыла в плоскопараллельном потоке. Труды Казанского авиационного института. 1946. № 17.