

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СИЛЬНЫХ ВЗРЫВНЫХ ВОЛН

Л. И. Седов

(Москва)

Работа содержит постановку и решение задачи о распространении сильного взрыва в сжимаемой жидкости. Решение получено с помощью найденного нами раньше [1] семейства точных решений нелинейных уравнений газовой динамики для неустановившихся движений в случаях плоских, цилиндрических и сферических волн. В движениях сжимаемой жидкости—газа, соответствующих этим решениям, могут быть сильные разрывы, распространяющиеся с переменной скоростью.

1. В качестве первого приближения задачу о распространении взрыва мы рассмотрим при следующих основных допущениях.

1) В случае сферической симметрии пренебрегаем размерами заряда и считаем заряд точечным, а энергию, выделяющуюся при взрыве, будем считать конечной. При цилиндрической симметрии заряд считаем в виде прямой, а при плоских волнах в виде плоскости.

2) В начальный момент времени $t=0$ газ (воздух) находится в состоянии покоя; в центре взрыва (в начале координат) происходит мгновенное выделение энергии, нарушающее состояние равновесия газа.

3) Вблизи места взрыва в ударной волне возникают очень большие давления. Для упрощения задачи в условиях на ударной волне будем пренебрегать атмосферным давлением по сравнению с давлением за волной. Вследствие этого результаты решения не будут зависеть от первоначального давления в газе, а будут зависеть только от первоначальной плотности $\rho_0 \neq 0$, характеризующей свойство инерции газа.

Обозначим через a_0 скорость звука в покоящемся газе, в котором распространяется ударная волна, через c —скорость ударной волны и через v_2 , ρ_2 и p_2 —скорость, плотность и давление за скачком.

Из соотношения Римана-Гюгонио для совершенного газа легко получить формулы

$$\begin{aligned}v_2 &= \frac{2}{\gamma+1} c \left[1 - \frac{a_0^2}{c^2} \right] = \frac{2}{\gamma+1} c f_1 \\ \rho_2 &= \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \rho_0 \left[1 + \frac{2}{\gamma-1} \frac{a_0^2}{c^2} \right]^{-1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \rho_0 f_2 \\ p_2 &= \frac{2}{\gamma+1} \rho_0 c^2 \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{a_0^2}{c^2} \right] = \frac{2}{\gamma+1} \rho_0 c^2 f_3\end{aligned} \tag{1.1}$$

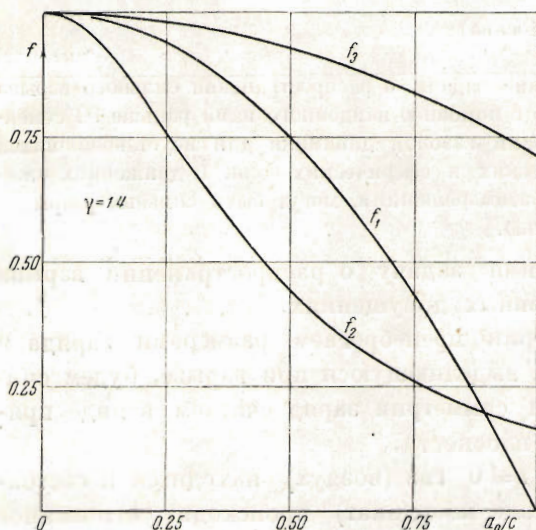
где γ —коэффициент Пуассона. Для малых a_0/c коэффициенты f_1 , f_2 и f_3 близки к единице. На фиг. 1 представлено изменение этих коэффициентов в зависимости от a_0/c при $\gamma=1.4$.

При $a_0/c < 0.2$ ($c > 5a_0$) имеем $1 > f_1 > 0.96$, $1 > f_2 > 0.83$, $1 > f_3 > 0.988$. Если заменить f_1 , f_2 и f_3 единицей, то получим

$$v_2 = \frac{2}{\gamma+1} c, \quad \frac{\rho_2}{\rho_0} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad p_2 = \frac{2}{\gamma+1} \rho_0 c^2 \quad (1.2)$$

Соотношения (1.2) совпадают с условиями Римана-Гюгонио при допущении, что $p_0 = 0$. Если $c > 5a_0$, то для отношения давления после скачка к давлению в невозмущенном газе верно неравенство $p_2/p_0 > 36$.

В дальнейшем в вычислениях будем пользоваться условиями на скачке уплотнения в форме (1.2).



Фиг. 1.

Очевидно, что данная выше идеализация не учитывает факторов, влияющих на процессы, происходящие непосредственно вблизи заряда (конечность размеров заряда, масса заряда и т. п.). Вдали от места взрыва происходят ослабление ударной волны и вырождение ее в звуковую волну; в этом процессе атмосферное давление становится существенным, поэтому для описания движения газа на больших расстояниях от заряда предположение 3 недопустимо.

Указанные допущения можно принять для описания распространения взрыва на расстояниях, не далеких от заряда, но значительно больших размеров самого заряда, в области, в которой ударная волна обладает еще большей мощностью.

Попутно с решением сформулированной выше задачи строим точные решения уравнений движения совершенного газа при наличии нескольких ударных скачков, распространяющихся с переменной скоростью¹.

2. В качестве основных искоемых характеристик движения возьмем скорость v , плотность ρ и давление p . В указанной выше постановке задачи о адиабатном движении совершенного газа размерными определяющими параметрами будут величины: время t , координата r — расстояние до места взрыва, начальная плотность воздуха ρ_0 и постоянная E , характеризующая энергию, выделяющуюся при взрыве.

Метод решения позволяет рассмотреть общий случай, когда постоянная E является некоторой физической характеристикой с произвольной размерностью. В случае задачи о взрыве для схем точечного, плоского и прямолинейного зарядов, исходя из симметрии, соответственно имеем

$$[E] = ML^3T^{-2}, \quad [E] = MLT^{-2}, \quad [E] = MT^{-2}$$

¹ Мы строим и анализируем все решения, которые определяются физическими постоянными только с двумя независимыми размерностями ρ_0 и E (см. ниже).

Положим

$$v = \frac{r}{t}, \quad \rho = \rho_0 R, \quad p = \rho_0 \frac{r^2}{t^2} P \quad (2.1)$$

Очевидно, что отвлеченные величины V , R и P могут зависеть от определяющих параметров только через отвлеченную комбинацию^[5]

$$\lambda = \frac{E t^2}{\rho_0 r^m} \quad (2.2)$$

где $m = 5, 4, 3$ соответственно для сферических, цилиндрических и плоских волн.

Уравнения с частными производными для v , ρ и p заменятся обыкновенными дифференциальными уравнениями для V , R и P . Заметим, что этот вывод верен при варьировании вида уравнений для v , ρ , p и, в частности, уравнения состояния, причем в видоизменяемые уравнения могут входить различные существенные физические постоянные, у которых размерности выражаются через размерности постоянных ρ_0 и E .

Координата r^* и скорость c ударной волны определяются величинами t , ρ_0 и E , поэтому

$$r^* = \left(\frac{E}{\rho_0 \lambda^*} \right)^{\frac{1}{m}} t^{\frac{2}{m}} \quad (2.3)$$

$$c = \frac{2}{m} \left(\frac{E}{\rho_0 \lambda^*} \right)^{\frac{1}{m}} t^{\frac{2}{m}-1} = \frac{2}{m} \sqrt{\frac{E}{\rho_0 \lambda^*}} r^{* \frac{1-m}{2}} = \frac{2}{m} \frac{r^*}{t} \quad (2.4)$$

где λ^* — есть отвлеченная постоянная, равная значению параметра λ на ударной волне.

Формулы (2.4) определяют скорость ударной волны в зависимости от энергии заряда E , плотности воздуха ρ_0 и от времени t или от расстояния до заряда r^* .

Формулы (2.4) в случае сферической симметрии дают

$$c = \frac{2}{5} \left(\frac{E}{\rho_0 \lambda^*} \right)^{\frac{1}{5}} t^{-3/5} = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{E}{\rho_0 \lambda^*}} \frac{1}{\sqrt{r^{*3}}} \quad (2.5)$$

В случае цилиндрической симметрии

$$c = \frac{1}{2} \left(\frac{E}{\rho_0 \lambda^*} \right)^{\frac{1}{4}} t^{-1/2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho_0 \lambda^*}} \frac{1}{r^*} \quad (2.6)$$

и для плоских волн получаем

$$c = \frac{2}{3} \left(\frac{E}{\rho_0 \lambda^*} \right)^{\frac{1}{3}} t^{-1/3} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{E}{\rho_0 \lambda^*}} \frac{1}{\sqrt{r^*}} \quad (2.7)$$

Формулы (2.5), (2.6) и (2.7) не зависят от частного вида уравнений движения и уравнения состояния; они являются следствием фиксированной системы определяющих параметров и могут служить качественной характеристикой влияния формы заряда на законы падения скорости взрывной волны.

Из формул (1.2) и из формул (2.5), (2.6) и (2.7) ясно, что законы изменения для скорости c_2 и давления p_2 за скачком в зависимости от времени

или от расстояния зависят существенно от формы заряда. Для большей скорости ударной волны значение плотности ρ_2 получается одинаковым.

3. Выведем важное для дальнейшего интегральное соотношение. Возьмем некоторый изменяемый объем Q , ограниченный подвижной поверхностью Σ , и рассмотрим изменение в единицу времени полной энергии жидкости в объеме Q , равное выражению

$$\frac{d}{dt} \int_Q \left(\frac{\rho v^2}{2} + \rho \varepsilon \right) d\tau = \frac{dE'}{dt}$$

где ε — внутренняя энергия. Обозначим через Q^* жидкий объем, который совпадает в рассматриваемый момент времени с переменным объемом Q .

Нетрудно убедиться в справедливости соотношения

$$\frac{dE'}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{Q^*} \left(\frac{\rho v^2}{2} + \rho \varepsilon \right) d\tau + \int_{\Sigma} (v_{n\sigma} - v_n) \left(\frac{\rho v^2}{2} + \rho \varepsilon \right) d\sigma \quad (3.1)$$

где $v_{n\sigma}$ — нормальная составляющая скорости точек подвижной поверхности, v_n — нормальная составляющая скорости частиц жидкости на Σ .

Если жидкость идеальна и имеет место адиабатичность, то изменение полной энергии в жидком объеме равняется работе внешних сил давления. Поэтому соотношение (3.1) примет вид

$$\frac{dE'}{dt} = - \int_{\Sigma} p v_n d\sigma + \int_{\Sigma} (v_{n\sigma} - v_n) \left(\frac{\rho v^2}{2} + \rho \varepsilon \right) d\sigma \quad (3.2)$$

Рассмотрим теперь движения жидкости, зависящие от двух постоянных ρ_0 и E . Возьмем для определенности движения со сферической симметрией и возьмем объем Q между двумя сферами Σ_1 и Σ_2 , на которых параметр λ принимает фиксированные значения. На этих сферах координата r определяется в зависимости от времени t .

В выделенном объеме полная энергия E' определяется значениями ρ_0 , E и t . Следовательно, имеет место соотношение

$$E' = kE$$

где k — некоторая отвлеченная постоянная. В этом случае уравнение (3.2) приводит к искомому соотношению

$$\left[(v_{\lambda_2} - v_2) \left(\frac{\rho_2 v_2^2}{\rho} + \rho_2 \varepsilon_2 \right) - p_2 v_2 \right] 4\pi r_2^2 = \left[(v_{\lambda_1} - v_1) \left(\frac{\rho_1 v_1^2}{2} + \rho_1 \varepsilon_1 \right) - p_1 v_1 \right] 4\pi r_1^2$$

Уравнение (3.3) можно рассматривать как обобщение известного уравнения Ранкина-Гюгонио, выражающего собой закон сохранения энергии на сильном разрыве. В случае цилиндрических волн в уравнении (3.3) вместо множителя $4\pi r^2$ нужно поставить множитель $2\pi r$; в случае плоских волн множитель $4\pi r^2$ заменяется постоянной.

Для скорости v_λ верна формула

$$v_\lambda = \frac{2}{m} \frac{r}{t} \quad (3.4)$$

где $m = 5, 4$ или 3 соответственно для сферической, цилиндрической или плоской симметрии.

Для совершенного газа

$$\varepsilon = \frac{p}{(\gamma-1)\rho}$$

где γ — постоянная Пуассона. Пользуясь формулами (2.1), соотношение (1.3) можно представить в виде

$$V^2 \left(V - \frac{2}{m} \right) R + \frac{2}{\gamma-1} P \left(V - \frac{2}{m} \right) + 2PV = A\lambda \quad (3.5)$$

где A — некоторая постоянная.

4. С помощью качественных соображений мы установили некоторые закономерности. Однако теперь нам необходимо выяснить существование такого рода решений уравнений движения, удовлетворяющих соответствующим дополнительным условиям. Кроме того, нужно вычислить постоянную λ^* , если E имеет вполне определенное, заданное заранее значение. Величину λ^* можно положить любому конечному, отличному от нуля числу (например единице) и вычислить E в зависимости от соответствующей энергии заряда.

Произведем этот анализ подробно в случае сферической симметрии.

Отыскание адиабатных неустановившихся движений совершенного газа со сферической симметрией, зависящих только от двух постоянных a и b с независимыми размерностями $[a] = ML^R T^s$ и $[b] = L^m T^n$, сводится к интегрированию системы обыкновенных уравнений (уравнений (2.5), (2.6) и (2.7), приведенных в работе автора [1])

(4.1)

$$\frac{dz}{dV} = z \frac{[2(V-1) + 3(\gamma-1)V](V-q)^2 - (\gamma-1)V(V-1)(V-q) - [2(V-1) + z(\gamma-1)]z}{(V-q)[V(V-1)(V-q) + (z-3V)z]}$$

$$\frac{d \ln \lambda^{1/m}}{dV} = \frac{(V-q)^2 - z}{V(V-1)(V-q) + (z-3V)z} \quad (4.2)$$

$$\frac{d \ln [R(V-q)]}{d \ln \lambda^{1/m}} = - \frac{s+kV}{V-q} \quad (4.3)$$

где

$$z = \frac{\gamma P}{R}, \quad q = -\frac{n}{m}, \quad z = \frac{s+2+q(k+1)}{\gamma}$$

В рассматриваемом случае $a = \rho_0$, $b = E/\rho_0$, поэтому $k = -3$, $s = 0$, $m = 5$, $n = -2$ и, следовательно, $q = 2/5$, $z = 6/(5\gamma)$.

Установленное ранее соотношение (3.5) является интегралом системы уравнений (4.1), (4.2) и (4.3).

Невозмущенному состоянию газа соответствует особое решение системы уравнений (4.1), (4.2) и (4.3)

$$V_1 = 0, \quad z_1 = 0, \quad R_1 = 1 \quad (\rho = \rho_0, \lambda - \text{произвольно}) \quad (4.4)$$

Это состояние может переходить в возмущенное движение только сильным скачком. На основании формул (1.2) слева на скачке имеем

$$V_2 = \frac{0.8}{\gamma+1}, \quad z_2 = 0.32 \frac{\gamma(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2}, \quad R_2 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad \lambda = \lambda^* = \text{const} \quad (4.5)$$

Здесь принято во внимание, что для скорости скачка верна формула

$$c = \frac{2}{5} \frac{r^*}{t}$$

Дальше мы полагаем, что на скачке $\lambda^* = 1$.

Для состояния, отвечающего формулам (4.5), постоянная A в соотношении (3.5) равна нулю. Поэтому из (3.5) получаем в весьма простой форме решение уравнения (4.1) проходящее через точку (V_2, z_2) :

$$z = \frac{(\gamma - 1)(2/5 - V)V^2}{2[V - 2/(5\gamma)]} \quad (4.6)$$

С помощью уравнения (4.6) из (4.2) и (4.3) легко находим λ и R в функции от V . После простых вычислений получим

$$\frac{Et^2}{\rho_0 r^5} = \lambda = \frac{(\gamma + 1)^2 V^2}{0.64} \left[\frac{5(\gamma + 1)}{7 - \gamma} \left(1 - \frac{3\gamma - 1}{2} V \right) \right]^{v_1} \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(\frac{5\gamma}{2} V - 1 \right) \right]^{v_2} \quad (4.7)$$

$$v_1 = \frac{13\gamma^2 - 7\gamma + 12}{(3\gamma - 1)(2\gamma + 1)}, \quad v_2 = \frac{5(1 - \gamma)}{2\gamma + 1}$$

$$R = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(\frac{5\gamma}{2} V - 1 \right) \right]^{v_3} \left[\frac{5(\gamma + 1)}{7 - \gamma} \left(1 - \frac{3\gamma - 1}{2} V \right) \right]^{v_4} \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{5}{2} V \right) \right]^{v_5}$$

$$v_3 = \frac{3}{3\gamma + 1}, \quad v_4 = \frac{13\gamma^2 - 7\gamma + 12}{(2 - \gamma)(3\gamma - 1)(2\gamma + 1)}, \quad v_5 = \frac{1}{\gamma - 2} \quad (4.8)$$

Формулы (4.6), (4.7) и (4.8) дают полное решение поставленной задачи.

Центру симметрии соответствует особая точка $V = 2/(5\gamma)$, $z = \infty$ уравнения (4.1). Через эту точку проходит единственная интегральная кривая (4.6), которая проходит также через точку (V_2, z_2) . Этим доказывается существование и единственность решения рассматриваемой задачи.

Вблизи центра симметрии верны асимптотические формулы

$$v = \frac{2}{7} \frac{r}{t}, \quad \rho = k_1 \rho_0^{\frac{5}{2}} E^{-\frac{3}{2}} r^{7.5} t^{-3}, \quad p = k_2 \rho_0^{\frac{3}{5}} E^{\frac{2}{5}} t^{-\frac{6}{5}} \quad (4.9)$$

где k_1 и k_2 — постоянные.

Следовательно, в центре симметрии $v = 0$, $\rho = 0$, а давление p конечно, но стремится к нулю при возрастании времени t . Отсюда ясно, что при сильном взрыве в газе, в котором до взрыва имеется конечное давление, должно возникать обратное движение газа к центру взрыва. Возможно, что процесс сжатия в центре симметрии и последующего расширения может повториться.

Из формул (4.9) получается асимптотическая формула для температуры вблизи центра симметрии

$$T = k_3 \left(\frac{E}{\rho_0} \right)^{1.9} t^{\frac{2}{5}} r^{-7.5} \quad (4.10)$$

где k_3 — постоянная.

В центре симметрии температура равна бесконечности; легко видеть, что энтропия в центре тоже равна бесконечности. При более детальном изучении явления взрыва нужно вводить в рассмотрение уточненное уравнение состояния газов для больших температур.

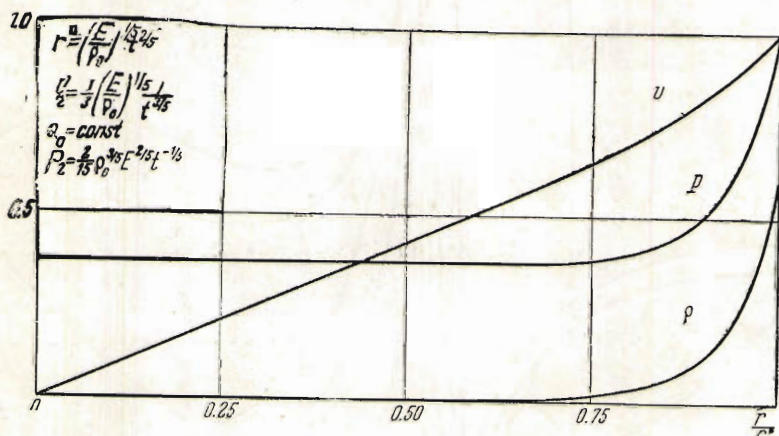
На фиг. 2 даны графически законы изменения скорости v , плотности ρ и давления p воздуха за ударной волной ($\gamma = 1.4$); кривые v , ρ и p представляют собой соответственно отношения v/v_2 , $\rho/10\rho_0$ и p/p_2 , причем значения v_2 , ρ_0 и p_2 приведены непосредственно на чертеже.

Для выяснения связи между постоянной E и полной энергией возмущенного газа E' , равной энергии заряда, вычислим энергию E' .

Имеем

$$E' = \int_0^{r^*} \frac{\rho v^2}{2} 4\pi r^2 dr + \int_0^{r^*} \frac{p}{\gamma - 1} 4\pi r^2 dr$$

Первый член дает кинетическую энергию газа, второй — внутреннюю



Фиг. 2.

тепловую. Переходя к безразмерным величинам, получим

$$E' = \left[\frac{2\pi}{5} \int_1^{\infty} R V^2 \frac{d\lambda}{\lambda^2} + \frac{4\pi}{5(\gamma - 1)} \int_1^{\infty} P \frac{d\lambda}{\lambda^3} \right] E$$

Произведя вычисления для $\gamma = 1.4$, получим

$$E' = (0.186 + 0.665) E = 0.851 E \quad \text{или} \quad E = 1.175 E' \quad (4.11)$$

Отношение между кинетической и тепловой энергией сохраняется постоянным, причем тепловая энергия больше, чем кинетическая энергия.

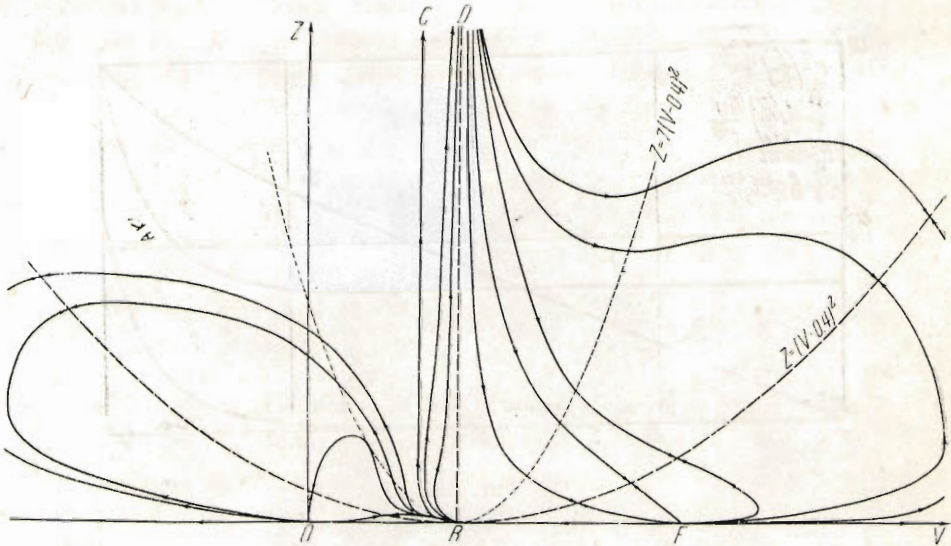
5. Для более полного изучения свойств решений вида (2.1) и для выяснения характера всевозможных движений, зависящих только от двух с независимыми размерностями постоянных ρ_0 и E , рассмотрим характер интегральных кривых уравнений (4.1) в плоскости zV при $z > 0$.

Общая картина поля интегральных кривых при $\gamma = 1.4$ представлена на фиг. 3. На фиг. 3. виден характер особых точек $O(z=0, V=0)$, $B(z=0, V=0.4)$, $F(z=0, V=1)$, $D(z=\infty, V=0.4)$, $C(z=\infty, V=2/7)$.

Направление возрастания вдоль интегральных кривых параметра

$\lambda = (E/\rho_0)(t^2/r^5)$ указано стрелками. В точках параболы $z = (V - 0.4)^2$ параметр λ имеет максимум, поэтому по условию однозначности движение нельзя продолжать непрерывно через точки этой параболы. При непрерывном движении вдоль интегральной кривой параметр λ может достигнуть нуля только при приближении к особым точкам O и F . Следовательно, при непрерывном движении бесконечно удаленной точке в газе в плоскости zV могут соответствовать только точки O и F .

Значение $\lambda = \infty$, которое при $t \neq 0$ соответствует центру симметрии, при непрерывном движении жидкости может достигаться только при движении вдоль интегральных кривых $z = 0, V \rightarrow \pm \infty$ и при подходе к особой точке C вдоль единственной интегральной кривой (4.6).



Фиг. 3.

Особым точкам B и D соответствуют конечные значения параметра $\lambda \neq 0$. Скорость перемещения состояний, отвечающих различным точкам интегральных кривых в плоскости zV , определяется соотношением

$$\lambda = \text{const}, \quad \text{откуда} \quad \frac{dr}{dt} = 0.4 \frac{r}{t} \quad (5.1)$$

Поэтому ясно, что при $V < 0.4$ скорость частиц газа $v = Vr/t$ меньше скорости перемещения соответствующего состояния движения, при $V > 0.4$ больше скорости перемещения состояния. Эти скорости становятся равными только в точках B и D . При $V < 0.4$ имеется семейство интегральных кривых, упирающихся одним концом в точку D , а другим в точку B . Параметр λ возрастает при движении по этим кривым от точки B до точки D . Этим кривым в газе соответствует расширяющееся кольцо, ограниченное двумя сферами, — точке D соответствует внутренняя сфера, точке B — внешняя. Общая масса газа в кольце отлична от нуля и может быть только постоянной, определяемой величинами ρ_0 и E . Так как из этих параметров нельзя образовать комбинации, имеющей размерность массы, то очевидно, что общая масса газа в кольце равна бесконечности.

В точке D справедливы асимптотические формулы

$$v = \frac{2}{5} \frac{r}{t} = \frac{2}{5} \lambda_D^{-\frac{1}{5}} \left(\frac{E}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{5}} t^{-\frac{2}{5}}, \quad \rho = 0, \quad p = k \rho_0^{\frac{3}{5}} E^{\frac{2}{5}} t^{-\frac{6}{5}} \quad (5.2)$$

где k — некоторая постоянная.

Сферу, отвечающую точке D , можно рассматривать как сферический поршень, расширяющийся по закону $v = v(t)$ согласно (5.2), переменное давление $p = p(t)$ на этом поршне определяется последней формулой (5.2).

При приближении к точке B вдоль рассматриваемых интегральных кривых плотность и давление стремятся к бесконечности.

Уравнения (4.1), (4.2) и (4.3) имеют решение

$$z = 0, \quad V^2(1-V)^3 = k\lambda, \quad R = R_0 \frac{0.4(1-V)^2}{0.4-V} \quad (5.4)$$

где k и R_0 — постоянные интегрирования. Этому решению соответствует движение газа по инерции, так как давление равно нулю при любом r . При приближении к точкам $V = 0.4$ и $V = \pm \infty$ плотность стремится к бесконечности.

Движение в кольце, соответствующее интегральной кривой между точками B и D , можно продолжить на внешность и внутренность кольца. Внутри кольца продолжение осуществимо вдоль некоторой интегральной кривой, отходящей от особой точки D в сторону $V > 0.4$. При движении к центру симметрии параметр λ стремится к бесконечности, для получения движений с неограниченно возрастающим λ мы обязательно должны вводить скачки с взятой интегральной кривой на интегральную прямую $z = 0$, так как только в этом случае возможно продолжение движения до центра симметрии. Этот скачок может происходить только в точке пересечения интегральной кривой, исходящей из точки D , с параболой $z = 7(V - 0.4)^2$, в которую согласно условиям Гюгонио-Римана переходят скачком точки прямой $z = 0$. На этой параболе особой точке $F(z = 0, V = 1)$ соответствует точка с координатами $V = 0.5, z = 0.07$.

Если указанное пересечение происходит при $V < 0.5$, то после скачка мы должны двигаться вдоль прямой $z = 0$ к особой точке $B(V = 0.4, z = 0)$. Точке B в пространстве движения газа соответствует сфера, расширяющаяся вместе с частицами газа с конечной скоростью; на этой сфере плотность равна бесконечности, а давление равно нулю. Дальнейшее продолжение опять можно осуществлять вдоль интегральных кривых, проходящих через особые точки B и D , и затем от точки D по кривым при $V > 0.4$.

Если интегральная кривая проходит через точку $V = 0.5, z = 0.07$, то из этой точки происходит скачок в особую точку F , после чего движение продолжается до центра симметрии, для продолженного решения от скачка до центра симметрии верны формулы

$$v = \frac{r}{t}, \quad \rho = k E \frac{t^2}{r^3}, \quad p = 0 \quad (\lambda - \text{произвольно}) \quad (5.5)$$

где k — постоянная.

Если рассматриваемое пересечение с параболой происходит при $V > 0.5$, то после скачка на оси $z = 0$ получается точка с координатой $V > 1$. В этом случае продолжение также возможно до центра симметрии вдоль прямой

$z = 0$ при $V \rightarrow \infty$. Вблизи центра симметрии верны формулы

$$v = k_1 \left(\frac{E}{\rho_0} \right)^{1/5} t^{3/5}, \quad \rho = \rho_0 k_2 \left(\frac{E}{\rho_0} \right)^{2/5} t^{4/5} r^{-2}, \quad p = 0 \quad (5.6)$$

где k_1 и k_2 — некоторые постоянные.

Первоначально взятое кольцо можно продолжить во внешность либо обратным ходом вдоль отрезка $z = 0$, $1 \geq V \geq 0.4$ с возможным скачком и переходом в точку D и т. д. либо вдоль отрезка $z = 0$, $0 \leq V \leq 0.4$. При этих продолжениях точки O и F могут соответствовать бесконечно удаленной точке. При продолжении вдоль отрезка $0 \leq V \leq 0.4$ движение продолжается до $r = \infty$ только вдоль этого отрезка; точке $r = \infty$ соответствует точка $V = 0$. Если ввести скачок, то мы попадаем на интегральную кривую, вдоль которой невозможно продолжать движение до центра симметрии с выполнением условия однозначности.

Таким образом мы выяснили возможность построения движений рассматриваемого типа с конечным или с бесконечным числом скачков уплотнения

Поступила в редакцию

15 XII 1945

L. I. SEDOV. — PROPAGATION OF STRONG BLAST WAVES

The paper gives the formulation and exact solution of the problem of the motion of a gas produced by a blast. The assumption is made that the energy of the charge E and the density of the undisturbed gas ρ_0 are of significance only to the solution of the problem. The laws for the fall in velocity of the wave (2.5) in cases of spherical symmetry; (2.6) in cases of cylindrical symmetry and (2.7) in cases of plane waves which are established, are valid for the various forms of the equation of state.

By means of the integral (3.5) all the solutions of the problem are presented in finite forms (4.6), (4.7), (4.8). The existence of a solution and the uniqueness of this solution follow from the formulae obtained. The distribution of velocities, densities and pressures beyond the wave are shown in fig. 2.

Paragraph 5 gives an analysis of all the exact solutions of the equations of gas dynamics for unsteady adiabatic motions with spherical symmetry, when but two of the physical constants entering into the solution, ρ_0 and E have independent units of measurement. The possibility of constructing the solution of a number of waves spreading with variable velocity is established.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. О некоторых неустановившихся движениях сжимаемой жидкости. Прикладная математика и механика. 1945. Т. IX. Вып. 4. См. также ДАН. 1945. Т. XLVII. № 2.
2. Седов Л. И. Методы теории размерностей и теории подобия в механике. Гостехиздат. 1944.