

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ПЛОСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПРИ ОБЫКНОВЕННОМ ВЗРЫВЕ У ТВЕРДОЙ СТЕНКИ

А. А. ГРИБ

(Ленинград)

В настоящей статье рассматривается одномерное неустановившееся движение газа, возникшее вследствие разложения взрывчатого вещества.

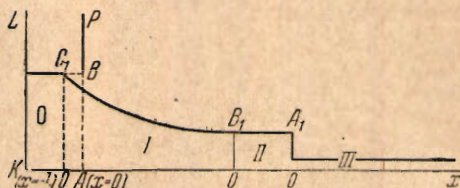
Параметры ударной воздушной волны вычисляются здесь в зависимости от характеристик самого взрывчатого вещества.

Рассматривается вопрос об ослаблении прерывной ударной волны догоняющей ее отраженной волной разрежения.

1. Пусть в некоторый момент времени ($t=0$) взрывчатое вещество¹, полностью обратившееся в газ, разрушило сдерживающую перегородку AB . С этого момента начнет распространяться газовая волна I, вызвавшая в свою очередь воздушную ударную волну II. По газу, занимающему в начальный момент участок O , начнет распространяться волна разрежения OC_1 (фиг. 1 и 2). Найдем параметры воздушной ударной волны, считая, что параметры газа области O известны.

Заметим, что OC_1 , в силу теоремы Цемплена, есть поверхность слабого разрыва. Линия OB_1 изображает стационарный сильный разрыв, отделяющий газовую волну от воздушной, линия OA_1 — фронт ударной воздушной волны, поверхность нестационарного сильного разрыва^[1], линия KL — неразрушающаяся твердая стенка; в области III — невозмущенный воздух при нормальном атмосферном давлении.

Напишем условия сопряжения отдельных участков полученного неустановившегося движения газа. Рассмотрим сначала область I. Уравнения газодинамики² в этой области непрерывно распределенных гидродинамических элементов будут иметь вид



Фиг. 1

¹ Начальное взрывчатое вещество может быть твердым, жидким или газообразным. В случае твердого взрывчатого вещества перегородку AB можно считать отсутствующей.

² Массовыми силами и вязкостью пренебрегаем. Движение предполагаем адиабатическим, изэнтропическим.

Фронт волны разрежения достигнет стенки в момент

$$\tau = \frac{-l}{v_0 - a_0} \quad (1.6)$$

где l — длина участка, занятого областью 0.

Обозначим через N скорость перемещения и через θ скорость распространения поверхности сильного разрыва, причем $\theta = N - v$. Запишем условия динамического соответствия для разрыва O_1 .

1) Уравнение сплошности^[3]

$$[\rho\theta] = 0, \text{ т. е. } \rho_3(N - v_3) = \rho_2(N - v_2), \text{ откуда } N = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_3 v_3}{\rho_2 - \rho_3} \quad (1.7)$$

где скобки [...] служат для обозначения разрыва.

2) Уравнение импульсов

$$\rho\theta[v] = [p], \text{ т. е. } \rho_3(N - v_3)(v_3 - v_2) = p_2 - p_3 \quad (1.8)$$

Из уравнений (1.7) и (1.8)

$$v_2 = v_3 \pm \sqrt{\frac{(p_2 - p_3)(\rho_2 - \rho_3)}{\rho_2 \rho_3}} \quad (1.9)$$

По теореме Цемплена $[v] < 0$, следовательно, у корня необходимо взять лишь знак плюс.

3) Уравнение сохранения энергии¹

$$\rho\theta \left[\frac{v^2}{2} + \frac{1}{\kappa - 1} \left(\frac{p}{\rho} \right) \right] = [\rho v]$$

т. е.

$$\rho_3(N - v_3) \left\{ \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_3^2}{2} + \frac{1}{\kappa - 1} \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_3}{\rho_3} \right) \right\} = p_2 v_2 - p_3 v_3 \quad (1.10)$$

Из формул (1.9) и (1.10) получаем выражение для скорости и плотности в области II:

$$v_2 = v_3 + \sqrt{\frac{2(p_2 - p_3)^2}{\{(\kappa + 1)\rho_2 + (\kappa - 1)\rho_3\}\rho_3}}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{(\kappa + 1)\rho_1 + (\kappa - 1)\rho_3}{(\kappa - 1)\rho_2 + (\kappa + 1)\rho_3} \quad (1.11)$$

На стационарном сильном разрыве OB_1 , как известно, $[v] = 0$, $[p] = 0$, $[\rho] \neq 0$, $[T] \neq 0$, следовательно,

$$v_2 + \sqrt{\frac{2(p_2 - p_3)^2}{\{(\kappa + 1)\rho_2 + (\kappa - 1)\rho_3\}\rho_3}} = v_0 + \frac{2}{\kappa_1 - 1} \sqrt{\kappa_1} \frac{1}{\rho_0} (p_0^{\kappa_1} - p_2^{\kappa_1}) \quad \left(\kappa_1 = \frac{\kappa_1 - 1}{2\kappa_1} \right)$$

где $\vartheta = \rho_0^{\frac{1}{\kappa_1}} / \rho_0$, $\kappa_1 = c/c_0$ для области I и $\kappa = c/c_0$ для области II. Из уравнения (1.12) и определяется давление в воздушной ударной волне p_2 в зависимости от параметров продуктов разложения взрывчатого вещества p_0 , ρ_0 , v_0 , которые в свою очередь зависят от характера разложения взрывчатого вещества.

В случае разрушения перегородки AB от причин физического порядка (перегрев воды в паровом котле, повышение давления в бомбе с сжатым газом) величины p_0 и ρ_0 предполагаются известными, c_1 и c_2 можно считать равными нулю. Допустим теперь, что сгорание взрывчатого вещества, заня-

¹ Газ в области II считается идеальным. Влиянием температуры на κ в области II пренебрегаем.

мающего до воспламенения участок $ABKL$, происходит мгновенно, т. е. что при воспламенении все взрывчатое вещество не постепенно, а сразу обращается в газ. Объем, занимаемый продуктами разложения взрывчатого вещества, в первый момент после воспламенения будем считать равным объему, занимаемому самим взрывчатым веществом, а разность $v_0 - v_3$ равной нулю.

При этих предположениях и будем определять параметры воздушной ударной волны.

Здесь же заметим, что эти допущения достаточно хорошо представляют явление в случае быстрого горения взрывчатого вещества при так называемом «обыкновенном взрыве» и наконец, в случае одновременного воспламенения взрывчатого вещества во многих точках. Для взрыва же, происходящего в форме детонации, полученные при этих допущениях цифры не соответствуют действительности.

Начальными данными для газовой волны при детонации p_0, ρ_0, v_0 следует считать параметры во фронте детонационной волны, которые можно вычислить для газообразных взрывчатых веществ по формулам гидродинамической теории детонации. Вид формулы (1.12) не меняется и в случае ударной воздушной волны, вызванной детонацией. В зависимости от способа инициирования (с середины или с конца) при детонации v_0 в формуле (1.12) имеет знак $+$ или $-$.

Ограничиваясь здесь случаем обыкновенного взрыва, считаем, что горение в замкнутом объеме происходит во всех точках одновременно. Температуру взрыва обычно получают при этом из уравнения

$$T = \frac{Q}{\sum n_i c_v^{(i)}}$$

где Q — тепловой эффект взрывного процесса, n_1, n_2, n_3, \dots — количество отдельных молекул, находящихся в газовой смеси при температуре взрыва, c_v^1, c_v^2, \dots — их средние молекулярные теплоемкости при постоянном объеме. Молекулярные теплоемкости по Касту можно считать линейным образом зависящими от температуры. Для определения Q необходимо точно знать уравнение разложения и теплоты образования самого взрывчатого вещества и продуктов его взрывчатого превращения.

Давление при взрыве в замкнутом объеме обычно вычисляется для небольших давлений по формуле Клапейрона

$$p_0 = \frac{1.033v_0 T \Delta}{273}$$

где v_0 — удельный объем газов, отнесенный к нормальным условиям, Δ — плотность заряжания, T — температура взрыва.

В случае твердых, жидких или сильно предварительно уплотненных газообразных взрывчатых веществ, когда производимые взрывом давления достигают порядка 10^5 атм, уравнение Клапейрона не может быть применено.

Упрощенное уравнение Ван-дер-Ваальса, так называемое уравнение Эбля $p = RT\Delta / (1 - \alpha\Delta)$, при постоянном коволюме α (по Сарро $\alpha = 0.001 v_0$) дает достаточно согласованные с опытом данные только в том случае, если расчет ведется для давлений относительно небольших (в среднем до 4000 атм). Для условий взрыва твердых и жидких взрывчатых веществ необходимо учитывать уменьшение величины коволюма при увеличении давлений. В опубли-

кованной в 1936 г. работе Шмидта [4] дан способ для оценки коволюма при различных плотностях заряжания, основанный на знании опытной величины скорости детонации данного взрывчатого вещества. Но цифры Шмидта справедливы более или менее только для условий во фронте детонационной волны, а не для рассматриваемого здесь обыкновенного взрыва. Формула Эбля с коволюмом по Сарро даст слишком преувеличенные величины. Эта же формула с коволюмом по Шмидту даст, напротив, преуменьшенные, но, повидимому, более достоверные данные. Во всяком случае порядок изучаемых величин может быть оценен.

Формула (1.12) при $v_3 - v_0 = 0$, $p_3 = 1 \text{ атм} = 10^4 \text{ кг/м}^2$, $\rho_3 = 1/8 \text{ кг сек}^2/\text{м}^4$, будет иметь вид

$$\frac{4(p_2-1)^2}{(x+1)p_2+(x-1)} = \frac{x_1}{(x_1-1)^2} \frac{p_0}{\rho_0} \left\{ 1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\lambda_1} \right\}^2 \quad \left(\lambda_1 = \frac{x_1-1}{2x_1} \right) \quad (1.13)$$

где p_0 и p_2 выражены в атмосферах, ρ_0 — в $\text{кг.сек}^2/\text{м}^4$, x_1 — некоторая функция температуры.

Уравнение (1.13) решаем графически с последующим уточнением корней. Определив p_2 , находим по формулам (1.11) скорость газа в воздушной ударной волне v_2 и плотность ρ_2 . Скорость перемещения поверхности разрыва N определяется по формуле (1.7)

Плотность в газовой волне для области равномерного движения определим по формуле

$$\rho_1 = \rho_0 \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{1}{x_1}} \quad (1.14)$$

Скорость границы, отделяющей обратную волну от установившегося движения в прерывной волне, определяется формулой

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{V \sqrt{x_1 \theta}}{x_1 - 1} \{ (x_1 + 1) p_2^{\lambda_1} - 2 p_0^{\lambda_1} \} \quad \left(\lambda_1 = \frac{x_1 - 1}{2x_1} \right) \quad (1.15)$$

Если окажется $p_2^{\lambda_1} = \left(\frac{2}{x_1 + 1} \right) p_0^{\lambda_1}$, то $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{p=p_2} = 0$ и в сечении $x = 0$ до набегания отраженной волны давление и скорость $v = \frac{2}{x_1 + 1} a_0$ будут постоянны.

Прежде чем переходить к числовым примерам, заметим, что газовую волну, соответствующую области I, можно обнаружить при помощи хронофотографического метода. На фотографии получается более длинное изображение, чем то, которое соответствует разложению взрывчатого вещества.

Ударные воздушные волны не сопровождаются свечением и могут быть экспериментально обнаружены при помощи метода Теплера, основанного на отклонении световых лучей при переходе их из одной среды в другую, обладающую иной плотностью.

Результаты вычислений по приведенным формулам даны в табл. 1, 2, 3, 4, т. 1—4.

Численные значения параметров газа области в случае газообразных взрывчатых веществ были при этом взяты из работы Гайда и Шмидта [5], в которой эти параметры вычислены в предположении, что горение газовой смеси в замкнутом объеме происходит во всех точках одновременно (табл. 5, 6).

Таблица 1

Неуплотненный газ

Газовая смесь	$\alpha = \alpha_1$	Давление	Скорость	Скорость	Плотность	Плот-	Темпера-	Темпера-
		в воз- душной волне p_2 атм	воздуха в ударной волне v_2 м/сек	поверх- ности раз- рыва N_2 м/сек	воздуха в ударной волне ρ_2 кг м ⁻³ сек ²	ность га- зовой волны ρ_1 кг м ⁻³ сек ²	тура в ударной волне T_2° абс.	тура в газовой волне T_1° абс.
Гремучий газ	1.41	6.92	572.46	826.32	0.407	0.0388	561.1	3477
Метан и кислород	1.41	8.10	636.40	893.15	0.435	0.0698	615.5	3296
Этилен и кислород	1.41	9.53	705.41	966.70	0.462	0.0833	680.6	3548
Ацетилен и кислород	1.41	9.36	697.48	958.19	0.459	0.0819	673.2	4040

Неуплотненный газ

Таблица 2

Газовая смесь	$\alpha=1.41$	Давление	Скорость	Скорость	Плотность	Плот-	Темпера-	Темпера-	Значение α_1 при $T=T_1$
	α_1	в воз- душной волне $p_2=p_1$, атм	воздуха в ударной волне v_2 м/сек	поверх- ности раз- рыва N м/сек	воздуха в ударной волне ρ_2 кг м ⁻³ сек ²	ность га- зовой волны ρ_1 кг м ⁻³ сек ²	тура в ударной волне T_2° абс.	тура в газовой волне T_1° абс.	
Гремучий газ	1.171	7.20	588.0	844.0	0.412	0.0374	578.9	3932	1.178
Метан и кислород	1.197	8.45	653.6	911.0	0.442	0.0679	633.4	3608	1.206
Этилен и кислород	1.215	10.00	726.6	989.9	0.470	0.0797	704.9	3891	1.227
Ацетилен и кислород	1.234	9.75	715.5	982.5	0.460	0.0787	702.2	4384	1.2

Предварительно уплотненный газ до 600 атм

Таблица 3

Газовая смесь	$\alpha=1.41$	Давление	Скорость	Скорость	Плотность	Плотность	Темпера-	Темпера-
	α_1	в воз- душной волне p_2 , атм	воздуха в ударной волне v_2 м/сек.	поверх- ности раз- рыва N м/сек	воздуха в ударной волне ρ_2 кг м ⁻³ сек ²	газовой волны ρ_1 , кг м ⁻³ сек ²	тура в ударной волне T_2° абс.	тура в газовой волне T_1° абс.
Гремучий газ	1.141	226.50	3859.20	4674.5	0.7167	1.5488	10440	3155
Метан и кислород	1.141	218.97	3793.91	4596.2	0.7161	2.1980	10102	3197
Этилен и кислород	1.134	245.00	4015.20	4861.5	0.7180	2.3728	11300	3849
Ацетилен и кислород	1.130	254.27	4091.12	4952.6	0.7186	2.8264	11688	4692

Таблица 4

Взрывчатое вещество	Δ	p_0 атм	Давление в воздушной ударной волне p_2 атм	Скорость воздуха в воздушной ударной волне v_2 м/сек	Скорость перемещения поверхности разрыва N м/сек	Плотность воздуха в воздушной ударной волне ρ_2 кг м ⁻³ сек ²
ТЭН	0.5	10 100	249	4051	4904	0.718
	1.2	40 314	535	5949	7184	0.727
	1.6	68 245	728	6944	8381	0.629
Аммонит	0.8	27 930	481	5638	6811	0.726
Гремучий студень	0.98	50 000	816	7 352	8 872	0.730

При вычислении табл. 5 Гайд и Шмидт принимали во внимание диссоциацию водяного пара и углекислоты.

Предварительно неуплотненный газ

Таблица 5

Газовая смесь и тепловой эффект горения	Плотность Δ кг/л	Скорость детонации N^* м/сек	Температура T° абс.	Удельный объем v_0 л/кг	Давление взрыва $p_0 = \frac{1.033v_0 T \Delta}{273}$
Гремучий газ $2 H_2 + O_2 = 1.62 H_2O + 0.38 H_2 + 0.19 O_2 + 94.5$ кал	0.00054	2800	4200	1360	11.3
Метан и кислород $CH_4 + 2 O_2 = 0.83 CO + 0.176 O_2 + 1.81 H_2O + 0.19 H_2 + 0.51 O_2 + 128$ кал	0.0011	2300	4000	980	15.8
Этилен и кислород $C_2H_4 + 3 O_2 = 1.85 CO + 0.15 CO_2 + 1.73 H_2O + 0.27 H_2 + 1.06 O_2 + 185$ кал	0.00138	2350	4900	910	20.0
Ацетилен и кислород $C_2H_2 + 2.5 O_2 = 1.98 CO + 0.04 CO_2 + 0.78 H_2O + 0.24 H_2 + 1.1 O_2 + 164$ кал	0.00135	2600	5000	790	49.5

При вычислении же взрывных характеристик уплотненных до 600 атм газов диссоциация не учитывалась (табл. 6).

В случае твердых и жидких взрывчатых веществ параметры газа области a взяты из книги Соколова [6] (табл. 7).

Предварительно сжатый газ до 600 атм

Таблица 6

Газовая смесь и тепловой эффект	Плотность Δ кг/л	Температура T° абс.	Удельный объем v_0 , л/кг	Давление взрыва $p_0 = \frac{1.033 v_0 T \Delta}{273}$
Гремучий газ $2 \text{H}_2 + \text{O}_2 = 2 \text{H}_2\text{O} + 116.6$ кал	0.23	4 600	1 240	5 000
Метан и кислород $\text{CH}_4 + 2 \text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2 \text{H}_2\text{O} + 195$ кал	0.51	5 000	840	8 100
Этилен и кислород $\text{C}_2\text{H}_4 + 3 \text{O}_2 = 2 \text{CO}_2 + 2 \text{H}_2\text{O} + 326$ кал	0.64	6 000	720	10 500
Ацетилен и кислород $\text{C}_2\text{H}_2 + 2.5 \text{O}_2 = 2 \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + 311$ кал	0.52	7 200	630	10 600

Таблица 7

Взрывчатое вещество	Плотность заряде- ния Δ , кг/л	Температура взрыва T°	Удельный объем v_0 , л/кг	Коволюм по Сарро α	Коволюм по Шмидту α	Давление взрыва по формуле Эбля $p_0 = \frac{1.033 v_0 T \Delta}{273(1-\alpha)}$	Давление взрыва по формуле Эбля с коволюмом по Шмидту
ТЭН $\text{C}(\text{CH}_2\text{ONO}_2)_2 = 3.1 \text{CO}_2 + 1.9 \text{CO} +$ $+ 3.9 \text{H}_2\text{O} + 0.1 \text{H}_2 + 2 \text{N}_2 + 1402$ кал/кг	0.5 1.6 1.2	4 280	780.4	0.780	0.79 0.44 0.52	10 100 68 245 235 000	10 100 68 245 40 314
Аммонит 88/12 $\text{CH}_3\text{C}_6\text{H}_5(\text{NO}_2) + 20.8 \text{NH}_4\text{NO}_3 = 7 \text{CO}_2 +$ $+ 44.1 \text{H}_2\text{O} + 22.3 \text{N}_2 + 5.45 \text{O}_2 +$ $+ 740$ кал/кг	0.8	2 531	931.0	0.931	—	27 930	—
Гремучий студень $62 \text{C}_9\text{H}_5(\text{ONO}_2)_3 + \text{C}_{24}\text{H}_{31}(\text{ONO}_2)_3\text{O}_{11} =$ $= 210 \text{CO}_2 + 170.5 \text{H}_2\text{O} + 97.5 \text{N}_2 +$ $+ 2.75 \text{O}_2 + 1547.8$ кал/кг	0.98	4 573	751.0	0.751	—	50 000	—

2. Задача об определении неустановившегося движения газа, возникающего после отражения обратной волны разрежения от твердой стенки, сводится к решению смешанной задачи для дифференциальных уравнений одномерного неустановившегося движения газа в том случае, когда последние обладают двумя интегрируемыми комбинациями характеристик. Риман впервые указал на возможность приведения этих уравнений к линейным дифференциальным уравнениям, изучил различные частные интегралы их и разработал метод интегрирования дифференциального уравнения гиперболического типа, к которому можно свести изучаемые уравнения. Непосредственно же задачу о движении газа, если область, занятая газом, ограничена твердой стенкой, Риман не рассматривал.

Теория Римана была в дальнейшем весьма детально разработана Христиановичем [2] при изучении неустановившихся движений в реках и каналах, вызываемых «длинными волнами». Им же была рассмотрена и задача об отражении «волны одного направления» в призматическом канале. Пользуясь аналогией между уравнениями длинных волн конечной амплитуды и уравнениями одномерного неустановившегося движения газа, рассмотрим задачу об отражении волны разрежения от твердой стенки.

Дифференциальные уравнения неустановившегося одномерного движения газа могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{2}{x-1} a \frac{\partial a}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial a}{\partial t} + v \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{x-1}{2} a \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

Уравнения характеристик для (2.1) имеют, как известно, вид: для первого семейства

$$dx = (v + a) dt, \quad dv + \frac{2}{x-1} da = 0 \quad \text{или} \quad v + \frac{2}{x-1} a = \xi \quad (2.2)$$

для второго семейства

$$dx = (v - a) dt, \quad dv - \frac{2}{x-1} da = 0 \quad \text{или} \quad v - \frac{2}{x-1} a = \eta \quad (2.3)$$

где ξ и η — постоянные, определяющие характеристику.

Возьмем в качестве неизвестных функций в (2.1), вместо v и a , ξ и η из (2.2) и (2.3). Тогда имеем

$$v = \frac{1}{2} (\xi + \eta), \quad a = \frac{x-1}{4} (\xi - \eta) \quad (2.4)$$

и уравнения (2.1)

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial t} + \left[\frac{1}{2} (\xi + \eta) + \frac{x-1}{4} (\xi - \eta) \right] \frac{\partial \xi}{\partial x} - \left[\frac{x-1}{4} (\xi - \eta) - \frac{1}{2} (\xi + \eta) \right] \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} + \left[\frac{1}{2} (\xi + \eta) + \frac{x-1}{4} (\xi - \eta) \right] \frac{\partial \xi}{\partial x} + \left[\frac{x-1}{4} (\xi - \eta) - \frac{1}{2} (\xi + \eta) \right] \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$

или, складывая и вычитая, получим

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[(\xi + \eta) + \frac{x-1}{2} (\xi - \eta) \right] \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[(\xi + \eta) - \frac{x-1}{2} (\xi - \eta) \right] \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (2.5)$$

Примем ξ и η за независимые переменные, а x и t за неизвестные функции.

Уравнения (2.5) примут при этом следующий вид:

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{1}{4} \left[(x+1)\xi - (x-3)\eta \right] \frac{\partial t}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{1}{4} \left[(3-x)\xi + (x+1)\eta \right] \frac{\partial t}{\partial \xi} \quad (2.6)$$

где

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = \Delta \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad \frac{\partial t}{\partial \eta} = -\Delta \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \frac{\partial x}{\partial \xi} = -\Delta \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad \frac{\partial t}{\partial \xi} = \Delta \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\Delta = \frac{\partial t}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial t}{\partial \eta} = 2a \frac{\partial t}{\partial \eta} \frac{\partial t}{\partial \xi}$$

Исключая из уравнения (2.6) x или t , получим

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{1+x}{2(x-1)(\xi-\eta)} \left(\frac{\partial t}{\partial \xi} - \frac{\partial t}{\partial \eta} \right) \quad (2.7)$$

или

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{1+x}{2(x-1)(\xi-\eta)} \left[\frac{(1+x)\xi + (3-x)\eta}{(3-x)\xi + (1+x)\eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{(3-x)\xi + (1+x)\eta}{(1+x)\xi + (3-x)\eta} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] \quad (2.8)$$

Определитель преобразования от переменных t, x к переменным v и a

$$\frac{D(t, x)}{D(v, a)} = \frac{D(t, x) D(\xi, \eta)}{D(\xi, \eta) D(v, a)} = -\frac{4}{z-1} \Delta$$

В случае нашей волны разрежения определитель отличен от нуля, так как неустановившееся движение, образовавшееся при отражении обратной волны разрежения (отраженная волна), будет также типа волны разрежения не испытывающей, как известно, «прокидывания» (см. Христианович [2]).

Как показал Христианович, при $\frac{D(t, x)}{D(v, a)} \neq 0$ функции $\xi = \xi(t, x)$, $\eta = \eta(t, x)$, обратные по отношению к функциям $t = t(\xi, \eta)$, $x = x(\xi, \eta)$, однозначны.

Введение ξ и η как независимых переменных, а x и t как неизвестных функций тогда лишь возможно, если определитель этих функций по x и t не обращается в нуль. При $\frac{D(\xi, \eta)}{D(x, t)} = \frac{1}{\Delta} \neq 0$ всякому решению уравнений (2.1) соответствует решение уравнений (2.6).

Из выражения $\frac{D(\xi, \eta)}{D(x, t)} = 2a \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x}$ следует, что определитель $\frac{D(\xi, \eta)}{D(x, t)}$ обращается тождественно в нуль в следующих трех случаях:

$$1^\circ \quad \xi = \text{const}, \eta = \text{const}, \text{ т. е. } v = \text{const}, a = \text{const}$$

Этот случай отвечает установившемуся равномерному движению.

$$2^\circ \quad \xi = \text{const}, \text{ т. е. } v + \frac{2}{z-1} a = \text{const}$$

Это соответствует обратной волне.

$$3^\circ \quad \eta = \text{const}, \text{ т. е. } v - \frac{2}{z-1} a = \text{const}.$$

Имеем прямую волну.

Следовательно, при нашем преобразовании теряются решения, соответствующие установившемуся равномерному движению газа, движению газа в случае прямой и в случае обратной волны. Все другие решения получаются интегрированием уравнения (2.8).

Рассмотрим теперь граничные условия для неустановившегося движения газа, возникшего после того, как фронт обратной волны достигнет стенки. Будем в дальнейшем это неустановившееся движение называть отраженной волной. Фронт отраженной волны будет распространяться в сторону положительных значений x по обратной волне.

Закон движения этого фронта определяется характеристикой первого семейства уравнений (2.1), принадлежащей обратной волне.

Дифференциальное уравнение этой характеристики будет

$$dx = (v + a) dt \quad (2.9)$$

где v определяется уравнением (1.3).

Дифференцируя второе уравнение (1.3) и подставляя в полученное выражение вместо dx его выражение (2.9), получим для определения характеристики первого семейства уравнение с разделяющимися переменными

$$-2a dt = \frac{z+1}{z-1} t da \quad (2.10)$$

причем в момент возникновения отраженной волны $t = \tau$ имеем $a = a_0$. Интеграция уравнения (2.10) дает

$$a = a_0 \left(\frac{t}{\tau} \right)^{-\mu} \quad \left(\mu = \frac{2(x-1)}{(x+1)} \right)$$

Окончательно уравнение характеристики первого семейства, изображающей закон перемещения фронта отраженной волны, получаем в виде

$$a = a_0 \left(\frac{\tau}{t} \right)^\mu, \quad x = \frac{a_0}{x-1} \left[2 - (x+1) \left(\frac{\tau}{t} \right)^\mu \right] t \quad \left(\mu = \frac{2(x-1)}{x+1} \right) \quad (2.11)$$

При $x = 1.4$

$$a = a_0 \sqrt{\frac{\tau}{t}}, \quad x = a_0 (5t - 6 \sqrt{\tau t^2}) \quad (2.12)$$

Для определения отраженной волны нужно решить, как уже упоминалось, смешанную задачу для уравнения (2.8). Требуется найти интеграл $x = x(\xi, \eta)$ уравнения (2,8), обращающийся при $\xi = \xi_0$ в функцию (2.11), где

$$t = \tau \left[\frac{4a_0}{(x-1)(\xi_0 - \eta)} \right]^\omega \quad \left(\omega = \frac{x+1}{2(x-1)} \right)$$

и в $x = -l$ на прямой $\xi = -\eta$, причем функция (2.11) удовлетворяет условию $x = -l$ при $\eta = \eta^0$ (Фиг. 3).

Область существования решения, соответствующего отраженной волне, есть треугольник $C_1 M_4 C_*$, где M_4 точка, соответствующая тому равномерному движению, которым заканчивается обратная волна, для которой $\xi = \xi_0$,

$\eta = \frac{2}{x-1}(a_0 - 2a)$. Этот интеграл может быть получен методом последовательных приближений, после чего t определяется из уравнений (2.6). Однако такой путь мало удобен с точки зрения вычислений. Поэтому здесь уместно употребить распространенный в газодинамике приближенный метод, сводящийся к построению сетки характеристик в плоскости xt , соответствующей данной сетке характеристик в плоскости $\xi\eta$ (или в плоскости va). Расчет может производиться как графически, так и аналитически [2] с последующей оценкой погрешности в обоих случаях. Так как этот метод весьма детально разработан и изложен в работах Франкля, Кибеля и Христиановича, останавливаться на нем не будем.

В момент

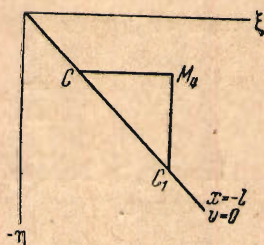
$$t = t_1 = \tau \left(\frac{a_0}{a_1} \right)^\omega \quad \left(\omega = \frac{x+1}{2(x-1)} \right) \quad (2.13)$$

фронт отраженной волны достигнет следующего за обратной волной установившегося равномерного движения

$$v = v_1, \quad a = a_1, \quad x = l \left(\frac{a_0}{a_1} \right)^\omega \frac{1}{x-1} \left[2 - (x+1) \frac{a_1}{a_0} \right] \quad \left(\omega = \frac{x+1}{2(x-1)} \right)$$

Начиная с этого момента, отраженная волна распадается на две различные части. Одна из частей отраженной волны будет прямой волной, фронт которой распространяется по равномерному движению [1].

¹ На стенке $v = 0$.



Фиг. 3

Вторая часть отраженной волны будет представлять [собой неустановившееся движение, подчиненное уравнению (2.8). Решение, соответствующее прямой волне одного направления, запишется аналогично (1.3) в виде

$$v = v_1 + \frac{2}{x-1}(a - a_1), \quad x = \left(v_1 - \frac{2}{x-1}a_1 + \frac{x+1}{x-1}a \right) t + f(a) \quad (2.14)$$

Заметим, что второе уравнение системы (2.14) есть общее решение дифференциального уравнения в частных производных первого порядка, к которому сводится система (2.1), если в ней скорость v заменить выражением, определяемым первым уравнением системы (2.14), причем здесь функция $f(a)$ определяется по данным значениям t и x вдоль характеристики второго семейства M_4C_* .

Скорость перемещения границы, отделяющей одну часть отраженной волны от другой, дается, как известно, выражением

$$\frac{dx}{dt} = v - a \quad \text{или} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{2}{x-1}(a_0 - 2a_1) + \frac{x-1}{x-1}a \quad (2.15)$$

При $a_0 \geq 2a_1$ эта граница сносится в сторону движения газа и до стенки не доходит.

При $a_0 < 2a_1$ и $a < \frac{2}{3-x}(2a_1 - a_0)$ в некоторый момент времени t_* вся отраженная волна превратится в прямую волну разрежения M_4C_* (фиг. 3) и вблизи стенки возникнет состояние C_* . Значение давления p_* , соответствующее этому состоянию у стенки, получается из условия

$$\eta = -\frac{2}{x-1}a_* = v_1 - \frac{2}{x-1}a_1 \quad \text{при} \quad v = 0$$

Но, как известно,

$$v_1 = \frac{2}{x-1}(a_0 - a_1) + v_0 \quad \text{следовательно} \quad a_* = 2a_1 - a_0 - \frac{x-1}{2}v_0$$

При $v_0 = 0$

$$a_* = 2a_1 - a_0 \quad (2.16)$$

Подставляя $a = \sqrt{x\theta} p^\lambda$, где $\lambda = \frac{x-1}{2x}$, получим

$$p_*^\lambda = 2p_1^\lambda - p_0^\lambda \quad \left(\lambda = \frac{x-1}{2x} \right) \quad (2.17)$$

где $p_1 = p_2$ определяется из уравнения (1.12)

При $x_0 = 1.4$

$$p_*^{\frac{1}{7}} = 2p_1^{\frac{1}{7}} - p_0^{\frac{1}{7}} \quad (2.18)$$

При $p_1 = \frac{1}{128} p_0$ состояние C_* у стенки возникнуть не может. Для взрывчатых веществ (табл. 2 и 3) p_* меньше 1 атм.

3. В момент $t = 2t_1$ в область II проникнет прямая волна разрежения, произойдут «преломление» и «отражение» отраженной волны от стационарного сильного разрыва

$$x = l \frac{4}{x-1} \left(1 - \frac{a_1}{a_0} \right) \left(\frac{a_0}{a_1} \right)^\omega \quad \left(\omega = \frac{x+1}{2(x-1)} \right) \quad (3.1)$$

Состояние движения до отражения от твердой стенки изобразится в плоскости va множеством точек отрезка прямой C_1M_4 (фиг. 4). Область треугольника $C_1M_4C_*$ соответствует состоянию движения после отражения обратной волны разрежения от твердой стенки. Отрезок C_1M_4 , с другой стороны, изображает характеристику первого семейства — фронт отраженной волны. Точка C_* соответствует состоянию, которое устанавливается у стенки после того, как отраженная волна целиком обратилась в прямую волну разрежения. При переходе через стационарный сильный разрыв функции v и l не претерпевают разрыва.

Запишем условие на стационарном разрыве, постулируя, что преломленная волна есть прямая волна разрежения. Тогда в области II

$$v_2 - \frac{2}{x-1} a = \eta_2 = \text{const} \quad (3.2)$$

где

$$\eta_2 = v - \frac{2}{x-1} a_2 \quad (3.3)$$

известное из вычислений число.

Из условия $p_I = p_{II}$ имеем

$$\left(\frac{a^2}{x_1 \vartheta_1} \right)_I = \left(\frac{a^2}{x_2 \vartheta_2} \right)_{II} \quad \left(\omega_1 = \frac{x_1}{x_1-1}, \quad \omega_2 = \frac{x_2}{x_2-1} \right) \quad (3.4)$$

где x_1, x_2 — некоторые функции температуры.

Заменяя a во II области по формуле (3.2), получим

$$a_1^2 = x_1 \vartheta_1 \left[\frac{1}{x_2 \vartheta_2} \left(\frac{x_2-1}{2} v - \frac{x_2-1}{2} \eta_2 \right)^2 \right]^\omega \quad \left(\omega = \frac{x_2(x_1-1)}{x_1(x_2-1)} \right) \quad (3.5)$$

Подставляя η_2 из (3.3), получим условие на стационарном сильном разрыве

$$a_1^2 = x_1 \vartheta_1 \left\{ \frac{1}{x_2 \vartheta_2} \left[\frac{x_2-1}{2} (v - v_2) + a_2 \right]^2 \right\}^\omega \quad \left(\omega = \frac{x_2(x_1-1)}{x_1(x_2-1)} \right) \quad (3.6)$$

где

$$\vartheta_1 = p_1^{1/x_1} / \rho_1 = p_0^{1/x_1} / \rho_0, \quad \vartheta_2 = p_1^{1/x_2} / \rho_1 \quad (3.7)$$

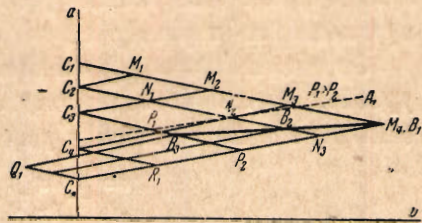
известные числа.

Считая приближенно $x_1 = x_2 = x$, получим

$$a_1 = \sqrt{\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}} \left[\frac{x-1}{2} (v - v_2) + a_2 \right] \quad (3.8)$$

или

$$a = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \left[\frac{x-1}{2} (v - v_2) + a_2 \right] \quad (3.9)$$



Фиг. 4

Так как $\sqrt{\vartheta_1/\vartheta_3} a_2 = a_1$, то (3.8) можно еще представить в виде

$$v - \frac{2}{z-1} \sqrt{\frac{\vartheta_3}{\vartheta_1}} a = v_1 - \frac{2}{z-1} \sqrt{\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}} a_1 \quad (3.10)$$

Если бы стационарного разрыва не было ($\vartheta_1 = \vartheta_2$), то

$$v - \frac{2}{z-1} a = v_1 - \frac{2}{z-1} a_1 = \eta_1 = \text{const}$$

В зависимости от величины отношения $\sqrt{\vartheta_1/\vartheta_2} = \sqrt{\rho_2/\rho_1}$ прямая (3.9), начиная от точки M_4 , будет расположена выше или ниже прямой M_4C_* (фиг. 4).

На прямой (3.9) имеет место соотношение

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (3.11)$$

Отраженная от стационарного сильного разрыва волна будет представляться в виде неустановившегося движения, подчиненного уравнению (2.8), причем фронт этой волны распространяется вдоль прямой волны одного направления по характеристике второго семейства $B_1N_3P_1R_1C_*$ (фиг. 2).

Определение этой отраженной волны сводится к определению интеграла уравнения (2.8) по заданному значению функции на характеристике второго семейства и по заданному условию

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \eta' = \frac{\xi + \eta}{2} \left(\frac{\partial t}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \eta' \right)$$

на прямой (3.11) стационарного сильного разрыва, причем $\partial t / \partial \xi$ и $\partial t / \partial \eta$ находятся из соотношений (2.6).

Область существования решения есть треугольник $B_1B_3P_2$. Аналитическое решение подобной задачи дано Христиановичем. Из решения этой задачи определяется кривая стационарного сильного разрыва от точки B_1 до точки B_3 в плоскости xt . Далее интегрируется (2.8) по данным на двух отрезках характеристик C_*P_2 и P_2B_3 и решается задача в четырехугольнике $C_*P_2B_3Q_1$.

В некоторый момент времени, который легко можно определить, если известно выражение $f(a)$ в (2.14), фронт полученного неустановившегося движения попадает в область покоя с параметром C_* .

Появится обратная волна одного направления.

Задача об отражении обратной волны одного направления нами уже рассматривалась.

Заметим, что во всех рассмотренных выше задачах энтропия оставалась постоянной.

Для решения всей задачи об определении неустановившегося движения, соответствующего отраженной от стационарного сильного разрыва волне, можно рекомендовать также вышеупомянутый приближенный метод построения сетки характеристик в плоскости xt , соответствующей данной сетке характеристик в плоскости $\xi\eta$ (или va). Из фиг. 4 видно, что при $\rho_2 < \rho_1$ (взрывчатые вещества табл. 6, 7) будет происходить возле стенки перемещение среды к очагу взрыва (точки C_*Q_1).

При $t = t_c = 2t_1$ в области II начнет распространяться, как уже указывалось, прямая волна одного направления.

Решение, соответствующее этой волне, представится в виде

$$v = v_2 + \frac{2}{x-1}(a - a_2) \quad x = \left(v_2 - \frac{2}{x-1} a_2 + \frac{x+1}{x-1} a \right) t + f_1(a) \quad (3.12)$$

где $f_1(a)$ определяется по значениям x и t на стационарном сильном разрыве B_1B_3 , известным из решения задачи об отраженной волне.

Область, занятая прямой волной одного направления, есть область, ограниченная кривой стационарного сильного разрыва B_1B_3 , характеристикой первого семейства B_1A_1 и характеристикой второго семейства B_3A_1 (фиг. 2).

Если $f_1(a)$ в (3.12) известно, то уравнение характеристики A_1B_3 в плоскости xt находится интегрированием линейного дифференциального уравнения первого порядка. При

$$t = t_1 = \frac{a_2 t_0}{v_2 + a_1 - N} \quad (3.13)$$

и

$$x = X = l \frac{2a_2 N}{(v_2 + a_2 - N) a_0} \left(\frac{a_0}{a_1} \right)^\omega \quad \left(\omega = \frac{x+1}{2(x-1)} \right) \quad (3.14)$$

прямая волна разрежения догонит поверхность нестационарного сильного разрыва.

Начиная с этого момента, величина «скачка» уплотнения постепенно уменьшается, скорость перемещения нестационарного сильного разрыва делается переменной.

Переменный же скачок уплотнения оставляет позади себя область переменной энтропии ($\vartheta \neq \text{const}$).

Дифференциальные уравнения характеристик приобретают при этом более сложный вид и не обладают интегрируемой комбинацией^[3]

$$\frac{dx}{dt} = v \pm a, \quad d\left(v \pm \frac{2}{x-1} a\right) = \pm \frac{a}{x-1} d \ln \vartheta \quad (3.15)$$

Характеристика второго семейства A_1B_3 отделяет область с постоянной энтропией от области с переменной энтропией. Для определения неустановившегося движения, соответствующего отраженной от нестационарной поверхности сильного разрыва волне, необходимо найти интеграл дифференциальных уравнений газовой динамики

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{2}{x-1} a \frac{\partial a}{\partial x} = \frac{a^2}{x-1} \frac{\partial \ln \vartheta}{\partial x}, \quad \frac{x-1}{2} a \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial t} + v \frac{\partial a}{\partial x} = 0, \quad \frac{d\vartheta}{dt} = 0 \quad (3.16)$$

по данным значениям искомых функций на характеристике второго семейства A_1B_3 и по заданному условию

$$\frac{dx}{dt} = N = \sqrt{\frac{(x+1) p_3 + (x-1) p_2}{2\rho_3}} \quad (3.17)$$

на кривой четвертого порядка

$$v^4 + 2 \frac{a^2 + a_3^2}{x} v^2 - \frac{4}{x} \frac{(a^2 - a_3^2)^2}{(x-1)^2} = 0 \quad (3.18)$$

представляющей условие на нестационарной поверхности сильного разрыва^[3].

Решение этой задачи можно произвести при помощи вычислительного или графического процесса, примененного в газовой динамике Франклем^[3], сущность которого заключается в замене дифференциальных уравнений характеристик плоскости va уравнениями в конечных разностях. Путем постепенного перехода от точки к точке вычисляем по этому способу значения искомых функций в области, ограниченной характеристикой второго семейства A_1B_3 , характеристикой первого семейства B_3A_3 и кривой нестационарного сильного разрыва.

Затем при помощи того же приема определяем a в области II, ограниченной характеристикой первого семейства B_3A_3 , на которой известны значения искомых функций из решения предыдущей задачи, характеристикой второго семейства B_3Q_1 , на которой также v и a известны, и двумя характеристиками A_3S_1 и Q_1S_1 , определяемыми в процессе решения.

Область $B_3A_3S_1Q_1$ пересекает кривая стационарного сильного разрыва, на которой имеет место зависимость (3.4).

Полагая $x_1 = x_2$ и замечая, что стационарный разрыв во второй области пересекают характеристики второго семейства, проводимые из точек характеристики B_3A_3 , получаем условия на стационарном сильном разрыве

$$\frac{dx}{dt} = v, \quad a = \sqrt{\frac{\vartheta_I}{\vartheta_{II}}} \left\{ \frac{z-1}{2} (v - v_\eta) + \frac{a_\eta}{2} \left(\frac{\Delta \ln \vartheta}{\Delta z} \Delta z \right)_\eta \right\} \quad (3.19)$$

где z — координата Лагранжа, v_η , a_η , $\left(\frac{\Delta \ln \vartheta}{\Delta z} \Delta z \right)_\eta$ — значения скорости, скорости звука и изменения энтропийной функции в различных точках характеристик первого семейства, проводимых из точек B_3A_3 .

Из кинематических условий существования разрывов известно, что разрыв функции ϑ постоянен вдоль поверхности стационарного разрыва, т. е. $\vartheta_I - \vartheta_{II} = \vartheta_0 - \vartheta_2$, где $\vartheta_0 = p_0^{1/2} / \rho_0$ и $\vartheta_2 = p_2^{1/2} / \rho_2$ — известные числа. Следовательно,

$$\frac{\vartheta_I}{\vartheta_{II}} = 1 + \frac{\vartheta_0 - \vartheta_2}{\vartheta_{II}} \quad (3.20)$$

Проводим в плоскости xt из близлежащей к B_3 точки характеристики первого семейства B_3A_3 элемент характеристики второго семейства до пересечения с продолженной линией стационарного сильного разрыва в точке B_* .

Отыскиваем затем на характеристике Q_1B_2 такую точку, близлежащую к B_3 , исходящий из которой элемент характеристики первого семейства пересечет стационарный разрыв также в B_* .

В плоскости va этому элементу будет соответствовать отрезок прямой проведенный из некоторой точки характеристики B_3Q_1 . Пересечение этого отрезка с отрезком (3.19) определит a и v в точке B_* . Заменяя затем, следуя Франклю, уравнение (3.15) уравнением в конечных разностях, проводим в плоскости va прямую, изображающую это уравнение, и ищем на ней точку со скоростью, равной скорости в B_* .

Далее вычисления продолжаем, следуя Франклю.

Переходя постепенно от области к области, мы и решим вопрос о безопасном расстоянии при взрыве.

На далеких расстояниях, когда v/a_2 мало, погрешность процесса Франкля может быть оценена сравнением с подсчетами по методу Донована [7].

В заключение заметим, что вычисления по формуле (3.14) дают значения $X/l \approx 2.7$, $X/l \approx 15.8$, $X/l \approx 58.7$, определяющие координату начала затухания прерывной ударной волны соответственно для гремучего газа (табл. 1), для уплотненного гремучего газа (табл. 3) и для аммонита (табл. 4)

Поступила в редакцию
15 II 1944

Ленинградский
государственный университет

A. GRIB.—PROPAGATION OF A PLANE IMPACT WAVE DUE TO AN ORDINARY EXPLOSION NEAR A RIGID WALL

The author considers an one-dimensional unsteady motion of gas spreading due to the decomposition of an explosive agent.

1. Using the equations of the counter-wave of rarefaction (1.3), of continuity (1.7), of momentum (1.9) and of energy (1.10) and the conditions on the line OB_1 (fig. 1) of the so-called strong discontinuity, the author finds formula (1.2), where v_0 and v_3 are the velocities of gas in the regions 0 and III correspondingly; p_2 is the pressure in the region of the interrupted wave II; p_3 and ρ_3 are the pressure and the density in the region of undisturbed air III; p_0 and ρ_0 the pressure and the density in the region occupied by gas at the first moment after ignition of the explosive agent; x is the power of adiabatic curve.

For an ordinary explosion the values p_0 and ρ_0 may be calculated by means of pyrostatic formulae.

In the tables 1, 2, 3 and 4 the calculation results of the parameters of the air impact wave are given.

2. The investigation of an unsteady motion of gas spreading due to reflection of a counter-wave of rarefaction from a rigid wall is reduced to the mixed boundary value problem for differential equations (2.1) of the hyperbolic type with an integrative combination of characteristics (2.2) and (2.3).

The problem is solved by a method of characteristics developed by S. A. Christianovitch [3] for the unsteady flow of water in rivers and channels.

The law of motion for a reflected train of wave travelling in the positive direction of the x -axis along the counter-wave is given by equation (2.11).

At a certain moment t_* the reflected wave train will be converted into an incident wave train of rarefaction and near the wall the state C_* will be generated which is determined by the pressure p_* (2.17).

For the values $p_x = 1.4$ and $p = p_0$ the state C_* can not be generated near the wall.

3. The formulae are given for ascertaining the instant where damping begins in the region of the interrupted impact wave (3.15) as well as for coordinate of this instant (3.16).

To estimate the safe distance from an explosion the author proposes a numerical procedure suggested by Frankl^[3].

Further the unsteady motion of the wave reflected from a stationary powerful explosion is considered for $\rho_2/\rho_1 < 1$, where ρ_2 and ρ_1 are the densities of the air wave and of the gas wave correspondingly. All the displacements of media near the wall will travel back to the seat of the explosion (the points of characteristic C_*Q_1 on fig. 2 and 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kotschine N. Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo. T. L. 1926.
2. Христианович С. А., Михлин С. Г., Девисон В. В. Некоторые новые вопросы маханияки сплошной среды. 1938.
3. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. 1941.
4. Schmidt. Zeitschr. für ges. Schiess und Spr. 1936.
5. Haid und Schmidt. Z. f. angew. Chemie. 41. 1928.
6. Соколов Н. А. Курс теории взрывчатых веществ. 1937.
7. Донов А. Е. Известия ОН АН СССР. 1938, № 10.