ЗАМЕЧАНИЕ К СТАТЬЕ «УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ БЕЗМОМЕНТНЫХ ОБОЛОЧЕК»[1]

В. В. СОКОЛОВСКИЙ

(Москва)

В нашей статье было показано, что уравнения равновесия безмоментных оболочек принадлежат соответственно к эллиптическому, гиперболическому или параболическому типам в зависимости от того, будет ли гауссова кривизна средней поверхности оболочки положительной, отрицательной или нулем.

Первые два случая были исследованы подробно, последнего случая мы касались лишь бегло. Вернемся теперь к рассмотрению последнего случая.

Уравнения равновесия безмоментных оболочек для случая, когда $1/R_1 \equiv 0$, принадлежат к параболическому типу и имеют вид

$$B\frac{\partial N_\alpha}{\partial \alpha} + A\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \beta} + N_\alpha \frac{\partial B}{\partial \alpha} + 2N_{\alpha\beta}\frac{\partial A}{\partial \beta} = P, \qquad B\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} - N_\alpha \frac{\partial A}{\partial \beta} + 2N_{\alpha\beta}\frac{\partial B}{\partial \alpha} = Q \tag{20}$$

В цитированной статье были приведены замкнутые решения уравнений (20) для цилиндрической и круговой конической оболочек, а также для оболочки, имеющей форму поверхности с постоянным углом ската. Нетрудно, однако, видеть, что уравнение (20) имеет замкнутое решение для *любой* оболочки, для которой $1/R_1 \equiv 0$.

Действительно, из известных уравнений Кодацци (Codazzi) следует, что $\partial A/\partial\beta \equiv 0$, если $1/R_1 \equiv 0$. Поэтому уравнения (20) сильно упрощаются и имеют замкнутое решение

$$N_\alpha = \frac{F_1(\beta)}{B} + \frac{1}{B}\int\left(P - A\frac{\partial N_{\alpha\beta}}{\partial\beta}\right)d\alpha, \qquad N_{\alpha\beta} = \frac{F_2(\beta)}{B^2} + \frac{1}{B^2}\int QB\,d\alpha$$

Из этих выражений сразу следуют формулы (21), (22) и (23).

Приведем решение уравнений (20) для случая *произвольной конической оболочки*, так как при рассмотрении этого примера в цитированной статье, вследствие небрежности при выборе координат, была допущена ошибка.

Коническая оболочка. Пусть вершина конуса расположена на оси z на расстоянии l от начала координат, а уравнением его сечения плоскостью $z=0$ будет $r = r(\varphi)$, где φ —полярный угол. Если за криволинейные координаты выбрать линии кривизны, то уравнения конуса могут быть представлены в виде

$$x = l\frac{\alpha\rho(\varphi)}{\sqrt{1+\rho^2}}\cos\varphi, \qquad y = l\frac{\alpha\rho(\varphi)}{\sqrt{1+\rho^2}}\sin\varphi, \qquad z = l\left[1 - \frac{\alpha}{\sqrt{1+\rho^2}}\right]$$

где $\rho = r/l$. Тогда

$$A = l, \quad B = l\alpha\frac{\sqrt{\rho^2(1+\rho^2)+\rho'^2}}{1+\rho^2}$$

Решения уравнений (20) при отсутствии внешних сил $(X = Y = Z = 0)$ будут

$$N_\alpha = \frac{\Phi_1(\varphi)}{\alpha} + \frac{1+\rho^2}{\sqrt{\rho^2(1+\rho^2)+\rho'^2}}\,\frac{\Phi_2'(\varphi)}{\alpha^2}, \qquad N_{\alpha\beta} = \frac{\Phi_2(\varphi)}{\alpha^2}$$

где $\Phi_1(\varphi)$ и $\Phi_2(\varphi)$—произвольные функции.

Поступила в редакцию
20. III. 1944.

W. W. SOKOLOVSKY. AUTHOR'S REMARKS ON THE ARTICLE «EQUATIONS OF MOMENTLESS SHELLS»[2]

The equations of equilibrium of momentless shells (20) are considered for the case when $1/K_1 \equiv 0$. In the article, finite solutions for the equations (20) were given for cylindrical and circular conic shells as well as for shells having the form of a surface of constant slope. Here it is shown that the equations (20) permit the finite solution for any shell. At the same time, the error made as a result of carelessness in choosing the curvilinear coordinates for the example of an arbitrary conic shell is corrected. The correct solution follows immediately from the finite solution of the equations (20).

[1] Номера формул в тексте относятся к нашей статье «Уравнения равновесия безмоментных оболочек» (Прикл. матем. и мех., т. VII, вып. 1, стр. 57, 1943).

[2] See this journal vol. VII, page 57 (1943).