

ВЛИЯНИЕ ФЮЗЕЛЯЖА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК ПО РАЗМАХУ КРЫЛА

А. А. ДОРОДНИЦЫН

(Москва)

Присутствие фюзеляжа изменяет поле скоростей потока, обтекающего крыло. Это вызывает перераспределение нагрузок по размаху крыла и, таким образом, также изменение аэродинамических характеристик крыла. Изменения эти, достигая величины порядка 10%, должны учитываться как при аэродинамическом расчете самолета, так и при расчете его на прочность.

Помимо указанного изменения распределения нагрузок наличие фюзеляжа приводит к изменению течения внутри пограничного слоя вблизи линии сопряжения фюзеляжа с крылом, что приводит к увеличению сопротивления самолета. Этим последним вопросом мы не будем здесь заниматься. Рассматривая же обтекание системы фюзеляжа и крыла с точки зрения идеальной жидкости, можно найти лишь поправки к распределению подъемной силы (циркуляции) и к величине индуктивного сопротивления.

Так как поправки к значениям аэродинамических характеристик, вносимые наличием фюзеляжа, сравнительно не велики, то для определения их вполне достаточно пользоваться приближенным методом.

В настоящей работе это приближение заключается в том, что фюзеляж рассматривается как тонкое тело вращения. Следует отметить, однако, что теория крыла как несущей вихревой нити представляет собой приближение того же самого порядка; поэтому, если при расчетах главной части аэродинамических величин довольствуются приближенными методами, то вполне допустимо ту же степень приближения сохранить при вычислениях поправок.

1. Основные допущения. Схема явления. В основу последующих выводов положены следующие допущения.

1. Крыло заменяется вихревой нитью.
2. Фюзеляж принимается как тонкое тело вращения, не обладающее собственной подъемной силой; последнее положение следует понимать в том смысле, что фюзеляж сам по себе может обтекаться потоком любого направления без образования циркуляции и, следовательно, если вихревая нить, схематизирующая крыло, пронизывает фюзеляж, то в части нити, находящейся внутри фюзеляжа, циркуляция остается постоянной.

3. Вихревая пелена позади крыла принимается расположенной в горизонтальной плоскости, причем вихревые шнуры параллельны направлению основного потока.

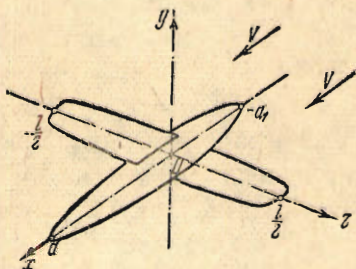
Кроме того, будем рассматривать случай обтекания, симметричного относительно плоскости симметрии самолета.

Подробные выкладки проведем для случая среднеплана и фюзеляжа, симметричного относительно оси крыла. Для произвольного расположения крыла ограничимся приведением окончательных формул.

Предположение о тонкости фюзеляжа позволяет заменить его действие системой источников и стоков и системой диполей с вертикальной осью, расположенных на оси фюзеляжа.

В предположении малости углов атаки (которое всегда принимается в теории крыла конечного размаха) эти источники и стоки можно снести на горизонтальную плоскость, проходящую через центр фюзеляжа.

Обозначим через V скорость основного потока, через δ — половину толщины фюзеляжа, через q — плотность источников, через μ — плотность диполей. Выбор осей координат показан на фиг. 1. Тогда несущая вихревая нить



Фиг. 1

(схематизирующая крыло) будет обтекаться потоком, скорость которого в направлении оси x будет

$$v_x = V + \int_{-a_1}^a q(x) \frac{x dx}{V(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1.1)$$

и вертикальная составляющая (направленная вниз) определится выражением

$$v_y = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z - z'} + \int_{-a_1}^a \mu(x) \frac{dx}{V(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1.2)$$

Здесь Γ — циркуляция скорости в данном сечении крыла.

2. Определение плотности источников и составляющей скорости вдоль потока. Пусть фюзеляж находится под углом атаки β по отношению к основному потоку. Тогда составляющие скорости основного потока вдоль и перпендикулярно оси фюзеляжа соответственно будут

$$v = V \cos \beta, \quad \omega = V \sin \beta$$

Пренебрегая квадратами β , получим

$$v = V, \quad \omega = V\beta \quad (2.1)$$

Обозначим через r радиус сечения фюзеляжа. Пусть

$$r = r(x) \quad (2.2)$$

уравнение поверхности фюзеляжа. Так как на поверхности фюзеляжа нормальные составляющие скорости равны нулю, то для определения

величины q , принимая во внимание малость толщины фюзеляжа, будем иметь условие

$$V \frac{dr}{dx} + \int_{-a_1}^a q(x') \frac{r(x) dx'}{\sqrt{[(x-x')^2 + r^2(x)]^3}} = 0 \quad (2.3)$$

По предположению малости r , величина интеграла определяется окрестностью точки $x' = x$. Именно, имеет место асимптотическое равенство

$$\int_{-a_1}^a q(x') \frac{r(x) dx'}{\sqrt{[(x-x')^2 + r^2(x)]^3}} \approx \int_{-\infty}^{\infty} q(x) \frac{r(x) dx'}{\sqrt{[(x-x')^2 + r^2(x)]^3}} = 2 \frac{q(x)}{r(x)}$$

Отсюда

$$q(x) = -\frac{1}{2} V r(x) \frac{dr}{dx} \quad (2.4)$$

Теперь формула (1.1) дает

$$v_x = V \left[1 - \frac{1}{2} \int_{-a_1}^a r(x) \frac{dr}{dx} \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 + z^2)^3}} \right] \quad (2.5)$$

Следует обратить внимание на то, что формула (2.5) имеет место при $|z| \geq \delta$.

Для случая симметричного фюзеляжа будем иметь:

$$a_1 = a, \quad r = \delta \rho \left(\frac{x^2}{a^2} \right) \quad (2.6)$$

Тогда

$$v_x = V \left[1 - \frac{\delta^2}{a^2} \int_{-1}^1 \rho(\xi^2) \rho'(\xi^2) \frac{\xi^3 d\xi}{\sqrt{(\xi^2 + z^2/a^2)^3}} \right] \quad \left(\xi = \frac{x}{a} \right) \quad (2.7)$$

Обозначив

$$\frac{\delta}{a} = \varepsilon, \quad - \int_{-1}^1 \rho(\xi^2) \rho'(\xi^2) \frac{\xi^3 d\xi}{\sqrt{(\xi^2 + z^2/a^2)^3}} = F \left(\frac{z}{a} \right) \quad (2.8)$$

будем иметь

$$v_x = V \left[1 + \varepsilon^2 F \left(\frac{z}{a} \right) \right] \quad (2.9)$$

В этих выражениях в явном виде представлена зависимость скорости v_x от основных параметров формы фюзеляжа — его относительной толщины ε и длины a .

Заметим, что для всех обычных (выпуклых) фюзеляжей функция F положительна [так как $\rho'(\xi^2) \leq 0$].

3. Определение плотности диполей μ . Предварительно определим скорости, индуцируемые вихревой системой крыла на оси фюзеляжа.

а. Скорость, индуцируемая вихревой пеленой. Элемент вихревой полоски шириной dz' и длиной dx' вызывает в точке $(x, y, 0)$ поверхности фюзеляжа вертикальную скорость

$$d\omega = -\frac{1}{4\pi} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{z' dx' dz'}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2 + z'^2]^3}} \quad (3.1)$$

Интегрируя по x' и z' , получим

$$\omega = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{z'}{z'^2 + y^2} \left[1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z'^2}} \right] dz' \quad (3.2)$$

В частности, на линии проекции оси фюзеляжа на горизонтальную плоскость, проходящую через центр фюзеляжа, будем иметь

$$\omega = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z'} - \frac{x}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z' \sqrt{x^2 + z'^2}} = \omega_1 + \omega_2 \quad (3.3)$$

Как видим, ω_1 есть постоянная величина, ω_2 — нечетная функция от x . При симметричном фюзеляже плотность диполей, соответствующая последней скорости, не дает на оси крыла составляющей скорости.

б. Скорость, индуцируемая несущей линией. В точке $(x, y, 0)$ будем иметь

$$\omega_3 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \Gamma(z') \frac{xdz'}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z'^2)^3}} \quad (3.4)$$

Величина ω_3 также является нечетной функцией от x , поэтому при симметричном фюзеляже соответствующее ей распределение диполей не дает составляющих скорости на оси крыла.

Кроме скоростей ω_1 , ω_2 , ω_3 , при угле атаки фюзеляжа β , отличном от нуля, фюзеляж обтекается поперечной составляющей потока

$$\omega_4 = -V\beta \quad (3.5)$$

(как принято в теории крыла, будем считать ω положительной, если она направлена вниз).

Перейдем теперь к определению плотности диполей.

На поверхности фюзеляжа диполи вызывают вертикальную скорость

$$\omega = \int_{-a_1}^a \mu(x') \left[\frac{1}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^3}} - \frac{3y^2}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^5}} \right] dx' \quad (3.6)$$

При малости y величина интеграла определяется асимптотическим выражением

$$\omega \approx \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x) \left(\frac{1}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^3}} - \frac{3y^2}{\sqrt{[(x-x')^2 + y^2]^5}} \right) dx' = 2 \frac{\mu(x)}{y^2(x)} \quad (3.7)$$

Теперь μ определится из условия, чтобы вызываемая им скорость ω уничтожала скорости ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 .

Отсюда, соответственно четырем скоростям, получим четыре распределения плотности диполей:

$$\mu_1 = \omega_1 \frac{y^2}{2}, \quad \mu_2 = \omega_2 \frac{y^2}{2}, \quad \mu_3 = \omega_3 \frac{y^2}{2}, \quad \mu_4 = \omega_4 \frac{y^2}{2} \quad (3.8)$$

Для симметричного фюзеляжа, как уже отмечалось выше, при вычислении индуктивных скоростей на оси крыла следует учитывать лишь μ_1 и μ_4 .

При несимметричном фюзеляже интегралы формул (1.2), содержащие μ_2 и μ_3 , не уничтожаются полностью, но величина их по сравнению с членами, содержащими μ_1 и μ_4 , очень мала, поэтому в практических расчетах ими всегда можно пренебречь.

Дальнейшие выкладки будем проводить в предположении симметричности фюзеляжа.

4. Интегральное уравнение для циркуляции при схеме среднеплана. Формула (1.2) дает выражение для индуктивной скорости на оси крыла

$$w_i = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z-z'} + \frac{w_1 + w_4}{2} \int_{-a}^a \frac{y^2 dx}{V(x^2 + z^2)^3} \quad (4.1)$$

Воспользовавшись соотношением (2.6), здесь $y=r$, будем иметь

$$\int_{-a}^a \frac{y^2 dx}{V(x^2 + z^2)^3} = \frac{\partial^2}{a^2} \int_{-1}^1 [\rho(\xi^2)]^2 \frac{d\xi}{V(\xi^2 + \frac{z^2}{a^2})^3} = 2\varepsilon^2 f\left(\frac{z}{a}\right) \quad (4.2)$$

где

$$f\left(\frac{z}{a}\right) = \int_0^1 [\rho(\xi^2)]^2 \frac{d\xi}{V(\xi^2 + \frac{z^2}{a^2})^3} \quad (4.3)$$

Подставляя вместо w_1 и w_4 их значения, получим окончательно

$$w_i = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z-z'} - \varepsilon^2 f\left(\frac{z}{a}\right) \left[\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z'} + V\beta \right] \quad (4.4)$$

Далее, согласно гипотезе плоских сечений Прандтля, имеем

$$\Gamma = \frac{1}{2} v_x b c'_\infty \left[\alpha - \frac{w_i}{v_x} \right] \quad (4.5)$$

Здесь b — длина хорды сечения крыла, $c'_\infty = \frac{dc_y}{d\alpha}$ при бесконечном удлинении, α — геометрический угол атаки сечения крыла.

Подставляя выражение w_i по формуле (4.4) и v_x по (2.9), получим интегральное уравнение для определения Γ :

$$\Gamma = \frac{1}{2} V b c'_\infty \alpha \left[1 + \varepsilon^2 F\left(\frac{z}{a}\right) \right] - \frac{b c'_\infty}{2} \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z-z'} + \frac{b c'_\infty}{2} \varepsilon^2 f\left(\frac{z}{a}\right) \left[\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma}{dz'} \frac{dz'}{z'} + V\beta \right] \quad (4.6)$$

Следует отметить, что уравнение имеет место при $|z| \geq \delta$, при $|z| \leq \delta$ циркуляция $\Gamma = \text{const}$. Введем безразмерные величины

$$G = \frac{2\Gamma}{\nu l}, \quad \eta = \frac{2z}{l}, \quad \sigma = \frac{2a}{l}, \quad t = \frac{bc_{\infty'}}{l} \quad (4.7)$$

Уравнение (4.6) примет вид
при $|\eta| \geq |\sigma\varepsilon|$

$$G(\eta) = t\varepsilon \left[1 + \varepsilon^2 F\left(\frac{\eta}{\sigma}\right) \right] - \frac{t}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{dG}{d\eta'} \frac{d\eta'}{\eta - \eta'} + t\varepsilon^2 f\left(\frac{\eta}{\sigma}\right) \left[\beta + \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{dG}{d\eta'} \frac{d\eta'}{\eta'} \right] \quad (4.8)$$

при $|\eta| \leq \sigma\varepsilon$

$$G(\eta) = \text{const} = G(\sigma\varepsilon)$$

Главная трудность в решении уравнений (4.8) заключается в том, что в интегральном уравнении исключается промежуток изменения независимой переменной от $-\sigma\varepsilon$ до $+\sigma\varepsilon$.

Приведем уравнение (4.8) к одному интегральному уравнению, которое, однако, отличается от уравнения Прандтля наличием дополнительного члена. При выводе его используем симметричность распределения циркуляции, что позволит свести задачу к промежутку $\sigma\varepsilon \leq \eta \leq 1$.

Введем в качестве независимой переменной величину

$$\xi = \frac{\eta - \sigma\varepsilon}{1 - \sigma\varepsilon} \quad (4.9)$$

и обозначения

$$\nu = \frac{\sigma\varepsilon}{1 - \sigma\varepsilon}, \quad \bar{G} = \frac{G}{1 - \sigma\varepsilon}, \quad \bar{t} = \frac{t}{1 - \sigma\varepsilon} \quad (4.10)$$

Получим

$$\begin{aligned} \bar{G}(\xi) = \bar{t}\varepsilon \left\{ 1 + \varepsilon^2 F\left[\varepsilon\left(1 + \frac{\xi}{\nu}\right)\right] \right\} + \\ + \bar{t}\varepsilon^2 f\left[\varepsilon\left(1 + \frac{\xi}{\nu}\right)\right] \left[\beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} \right] - \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{(\xi' + \nu)d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Отметим, что обычное интегральное уравнение Прандтля для случая симметричного обтекания может быть представлено в виде

$$\bar{G}(\xi) = \bar{t}\varepsilon - \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi')} \quad (4.12)$$

Для решения уравнения применим метод последовательных приближений. Представим с этой целью интеграл правой части уравнения (4.11) в виде

$$\int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{(\xi' + \nu)d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)} = \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{(\xi - \xi')(\xi + \xi')} + \nu \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{(\xi + \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)} \quad (4.13)$$

Наконец, последний интеграл можно преобразовать к виду, в котором под интегралом будет сама функция \bar{G} , а не ее производная, именно:

$$\begin{aligned} -I(\bar{G}) = \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{(\xi + \xi')(\xi + \xi' + 2\nu)} = \\ = - \left[\frac{\bar{G}(0)}{(1 + \xi)(1 + \xi + 2\nu)} + 2 \int_0^1 [\bar{G}(\eta) - G(\xi)] \frac{(\xi + \xi' + \nu)d\xi'}{(\xi + \xi')^2 (\xi + \xi' + 2\nu)^2} \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Теперь уравнение (4.11) примет вид

$$\bar{G}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t}(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{\bar{t}\nu}{2\pi} I(\bar{G}) \quad (4.15)$$

где обозначено

$$\alpha_1 = \alpha \left\{ 1 + \varepsilon^2 F \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] \right\} \quad (4.16)$$

$$\alpha_2 = \varepsilon^2 f \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] \left[\beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} \right]$$

Заметим, что угол α_1 нам заранее известен, тогда как угол α_2 нам известен лишь с точностью до постоянного множителя

$$k = \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} \quad (4.17)$$

истинное значение которого определится лишь после того, как найдется значение циркуляции. Поэтому решение уравнения (4.15) сводится к следующим операциям.

Ищем решение для $\bar{G}(\xi)$ в виде

$$\bar{G}(\xi) = \bar{G}_1(\xi) + k\bar{G}_2(\xi) \quad (4.18)$$

причем функции \bar{G}_1 и \bar{G}_2 удовлетворяют уравнениям

$$\bar{G}_1(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_1}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t}\alpha_1 + \frac{\bar{t}\nu}{2\pi} I(\bar{G}_1) \quad (4.19)$$

$$\bar{G}_2(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_2}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t}\varepsilon^2 f \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] + \frac{\bar{t}\nu}{2\pi} I(\bar{G}_2)$$

Таким образом уравнения для \bar{G}_1 и \bar{G}_2 отличаются лишь свободным членом.

Решение каждого уравнения можно получить методом последовательных приближений. Именно полагаем

$$\bar{G}_{1,2} = \bar{G}_{1,2}^{(0)} + \bar{G}_{1,2}^{(1)} + \bar{G}_{1,2}^{(2)} + \dots \quad (4.20)$$

Нулевое приближение находится из уравнения

$$\bar{G}_{1,2}^{(0)}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_{1,2}^{(0)}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t}\alpha_{1,2} \quad (4.21)$$

$$\alpha_2 = \varepsilon^2 f \left[\varepsilon \left(1 + \frac{\xi}{\nu} \right) \right] \quad (4.22)$$

Последующие поправочные члены определяются из уравнений

$$\bar{G}_{1,2}^{(n)}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_{1,2}^{(n)}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t} \frac{\nu}{2\pi} I(\bar{G}_{1,2}^{(n-1)}) \quad (4.23)$$

Уравнения (4.21) и (4.23) есть обычные интегральные уравнения Прандтля (для симметричного распределения нагрузки), отличающиеся одно от другого лишь свободными членами (геометрическими углами атаки). Их решение можно получить одним из имеющихся в настоящее время методов.

После того, как \bar{G}_1 и \bar{G}_2 найдены, определяем постоянную k из уравнения

$$k = \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_1}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} + k \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_2}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} \quad (4.24)$$

или

$$\left[1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_2}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} \right] k = \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}_1}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} \quad (4.25)$$

причем каждый из входящих сюда интегралов может быть преобразован к виду, более удобному для вычислений

$$\int_0^1 \frac{d\bar{G}_1}{d\xi'} \frac{d\xi'}{\xi' + \nu} = - \left[\frac{\bar{G}_{1,2}(0)}{1 + \nu} + \int_0^1 \frac{\bar{G}_{1,2}(0) - \bar{G}_{1,2}(\xi')}{(\xi' + \nu)^2} d\xi' \right] \quad (4.26)$$

Определив k , по (4.18) найдем окончательно значение циркуляции \bar{G} .

5. Интегральное уравнение для циркуляции при произвольно расположенном крыле. Расположение крыла в общем случае будем характеризовать расстоянием δ_1 оси крыла от оси фюзеляжа. Обозначим через ε_1 и ε_2 величины

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta_1}{a}, \quad \varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_1^2} \quad (5.1)$$

Тогда для циркуляции \bar{G} будем иметь уравнение¹

$$\bar{G}(\xi) + \frac{\bar{t}}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{\xi' d\xi'}{\xi^2 - \xi'^2} = \bar{t}\alpha(1 + \varepsilon^2 F) + \varepsilon^2 f k + \frac{\bar{t}\nu_2}{2\pi} I(\bar{G}) \quad (5.2)$$

причем здесь

$$\begin{aligned} \bar{G} &= \frac{G}{1 - \sigma\varepsilon_2}, & \bar{t} &= \frac{t}{1 - \sigma\varepsilon_2}, & \xi &= \frac{\eta - \sigma\varepsilon_2}{1 - \sigma\varepsilon_2}, & \nu_1 &= \frac{\sigma\varepsilon_1}{1 - \sigma\varepsilon_2}, & \nu_2 &= \frac{\sigma\varepsilon_2}{1 - \sigma\varepsilon_2} \\ k &= \beta + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\bar{G}}{d\xi'} \frac{(\xi' + \nu_2) d\xi'}{(\xi' + \nu_2)^2 + \nu_1^2} \\ I(\bar{G}) &= \left\{ \frac{\bar{G}(0)}{(1 + \xi)(1 + \xi + 2\nu_2)} + 2 \int_0^1 [G(0) - \bar{G}(\xi')] \frac{(\xi + \xi' + \nu_2) d\xi'}{(\xi + \xi')^2 (\xi + \xi' + 2\nu_2)^2} \right\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$F = F(\varepsilon_1, \frac{\eta}{\sigma}) = - \int_{-1}^1 \rho(\xi^2) \rho'(\xi^2) \frac{\xi^2 d\xi}{\sqrt{(\xi^2 + \varepsilon_1^2 + \frac{\eta^2}{\sigma^2})^3}} \quad (5.4)$$

$$f = f(\varepsilon_1, \frac{\eta}{\sigma}) = \int_0^1 [\rho(\xi^2)]^2 \left[\frac{1}{\sqrt{(\xi^2 + \varepsilon_1^2 + \frac{\eta^2}{\sigma^2})^3}} - \frac{3\varepsilon_1^2}{\sqrt{(\xi^2 + \varepsilon_1^2 + \frac{\eta^2}{\sigma^2})^3}} \right] d\xi$$

¹ Здесь также принимается симметричность фюзеляжа относительно сечения, проходящего через ось крыла.

Решение уравнения (5.2) находится аналогично тому, как и в случае среднеплана (4.15), в виде

$$\bar{G} = \bar{G}_1 + k\bar{G}_2 \tag{5.5}$$

где \bar{G}_1 есть решение уравнения (5.2) при свободном члене, равном

$$\bar{t}\alpha_1 = \bar{t}\alpha(1 + \varepsilon^2 F) \tag{5.6}$$

и \bar{G}_2 есть решение того же уравнения при

$$\bar{t}\alpha_2 = \bar{t}\varepsilon^2 f\left(\varepsilon_1, \frac{\eta}{\sigma}\right) \tag{5.7}$$

Для практических целей окончательное представление величины циркуляции удобнее дать в виде, в котором явно выделялась бы часть, зависящая от угла атаки крыла α и от угла заклинения i . Заменяя для этой цели β через $\alpha - i$, получим

$$G = G'\alpha - G''i \tag{5.8}$$

где

$$G' = G \text{ при } \alpha = 1, \quad i = 0, \quad G'' = G \text{ при } \alpha = 0, \quad \beta = 1 \tag{5.9}$$

После вычисления циркуляции G величина подъемной силы найдется интегрированием

$$C_y = \lambda \int_0^1 G(\eta) d\eta \tag{5.10}$$

И величина индуктивного сопротивления по формуле

$$C_{xi} = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 G(\eta) \alpha_{i\infty} d\eta \tag{5.11}$$

где

$$\alpha_{i\infty} = 2 \left\{ \alpha(1 + \varepsilon^2 F) + k\varepsilon^2 f - \frac{G}{i} \right\} \tag{5.12}$$

6. Кривые для учета влияния фюзеляжа. На основании изложенной выше теории были просчитаны¹ поправки к циркуляции изолированных трапецевидных крыльев, вызванные влиянием фюзеляжа, причем поправки получались в таком виде, чтобы они исправляли имеющиеся уже таблицы значений циркуляции изолированных крыльев, помещенные в работе А. Б. Рисберга и В. С. Полядского^[1].

В этой работе приводятся значения циркуляции Γ по размаху крыла:

$$\Gamma = \frac{c_y(\eta) b(\eta)}{c_y b_m} \tag{6.1}$$

где $c_y(\eta)$ — коэффициент подъемной силы сечения крыла, $b(\eta)$ — хорда сечения крыла, c_y — суммарный коэффициент подъемной силы крыла, b_m — средняя хорда крыла.

Вычисленные поправки к этой величине складывались из двух частей.

Первая поправка $\Delta\Gamma_0$ дает исправление величин Γ , приведенных в выше-

¹ Вычислительная работа производилась В. П. Кондаковой при участии С. Баларевой, С. Рыбиной и С. Горчаковой.

указанной работе Рисберга и Полядского для трапецевидных крыльев, при угле заклинивания $i=0$.

Эта поправка должна прибавляться к данным таблиц Рисберга и Полядского, т. е. исправленное значение циркуляции Γ^* будет

$$\Gamma^* = \Gamma + \Delta\Gamma_0 \quad (6.2)$$

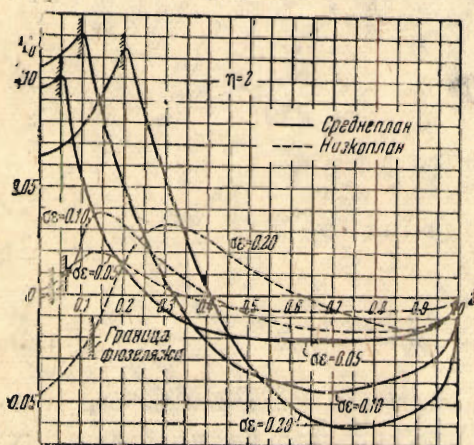
Вторая поправка $\Delta\Gamma_i$ учитывает угол заклинивания i и представляет собой отношение

$$\Delta\Gamma_i = -\frac{\Delta c_y(\eta) b(\eta)}{ib_m} \quad (i \text{ в градусах}) \quad (6.3)$$

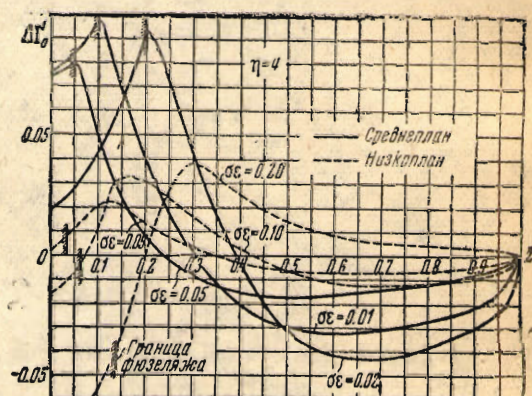
где $\Delta c_y(\eta)$ — разность между значением $c_y(\eta)$ при наличии угла заклинивания и при $i=0$, при фиксированном угле атаки крыла, причем угол заклинивания i считается положительным, если при нулевом угле атаки фюзеляжа крыло обтекает уже с положительным углом атаки.

При расчетах поправок были приняты упрощающие вычисления предположения:

- 1) фюзеляж имеет форму эллипсоида вращения,
- 2) ось крыла проходит через центральное сечение этого эллипсоида.



Фиг. 2



Фиг. 3

Расчетами были охвачены следующие случаи: расположение крыла — среднеплан и низкоплан (или верхнеплан), причем в последнем случае принято, что ось крыла проходит на расстоянии $1/8$ толщины фюзеляжа от нижнего края (или от верхнего в случае верхнеплана).

Это соответствует тому расположению крыла относительно фюзеляжа, которое имеет место у большинства современных истребителей.

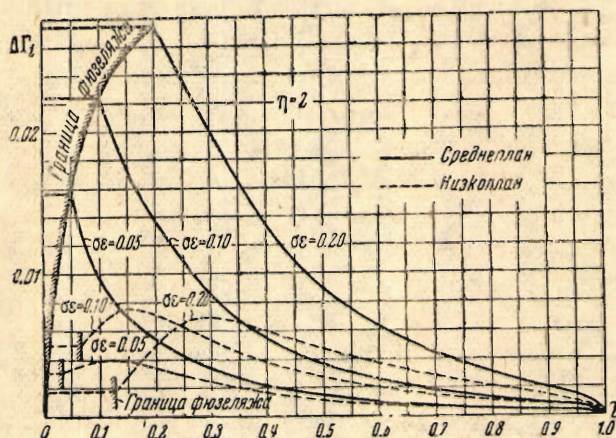
Параметры крыла $\lambda=6$, $\eta=2$ и $\eta=4$.

Параметры фюзеляжа $\sigma\epsilon=0.05, 0.1, 0.2$.

Удлинения крыла λ и относительная длина фюзеляжа σ почти не сказываются на величине поправок в практических пределах изменения этих величин.

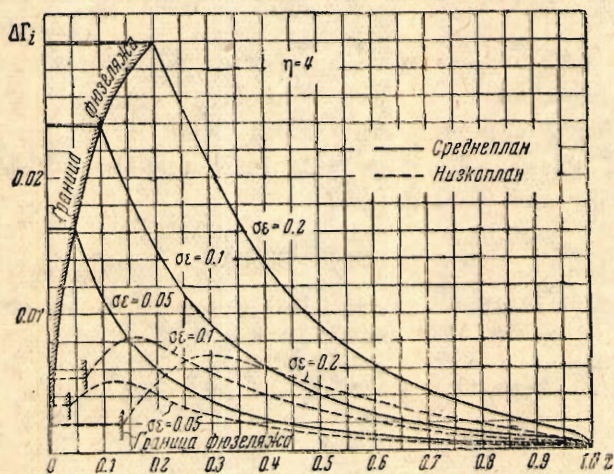
Приводим результаты вычислений для трех комбинаций (10, 11, 12) из обширной серии опытов Jacobs и Ward [3].

α (в градусах)	Комбинация 11				Комбинация 10			Комбинация 12		
	0	4	8	12	0	4	12	0	4	12
c_y по расчету	0.000	0.330	0.660	0.990	0.058	0.388	1.048	-0.058	0.272	0.932
c_y экспериментал.	0.000	0.327	0.656	0.965	0.058	0.378	0.992	-0.058	0.266	0.910



Фиг. 4

Сравнение показывает достаточно хорошее совпадение с экспериментом вплоть до значения угла атаки, при котором возникает срыв (для комбинаций срыв начинается между 11 и 12°).



Фиг. 5

Значения вычисленных поправок для $\Delta\Gamma_z$ приведены на фиг. 2 и 3, а для $\Delta\Gamma_x$ на фиг. 4 и 5.

На каждой фигуре приведены кривые для трех значений параметра σ_z (0.05, 0.1, 0.2).

Для промежуточных значений σ_z , а также для промежуточных сужений допустима линейная интерполяция.

Поступила в редакцию
6 IV 1943.

Центральный аэрогидродинамический
институт им. Жуковского.

THE INFLUENCE OF A FUSELAGE ON THE DISTRIBUTION OF LIFT ALONG THE SPAN OF AN AEROFOIL

A. A. DORODNICYN

(Summary)

This investigation is based on the following assumptions:

1. Aerofoil is considered as a vortex-line.
2. Fuselage is considered as a thin body of revolution.
3. The vortex sheet behind aerofoil is assumed to be horizontal.

The second assumption permits the effect of fuselage to be replaced by the effect of a system of sources and doublets along the axis of fuselage. The intensity of the sources q and doublets μ can be expressed in terms of the velocities of the exterior flow along the axis of fuselage. These expressions are given by approximate formulae (2.4), (3.8), where $r=r(x)$ is the equation of the fuselage surface $y=r$ and w_1, w_2, w_3, w_4 are given by formulae (3.3), (3.4) and (3.5). (β —angle of incidence of the fuselage). The error values of these formulae have the order of r^3 .

When the intensity of the sources and doublets is found, the velocities w_i (inductive velocity) and v_x (horizontal velocity) on the vortex-line of aerofoil can be determined correspondingly by formulae (4.1) and (2.9).

Now, taking Prandtl's hypothesis [equation (4.5)], the integro-differential equation (4.8) is obtained for the circulation $G = \frac{2\Gamma}{Vl}$. This equation may be reduced to the simpler form (4.19) and solved by the method of successive approximations.

For the sake of comparison with experimental data three combinations from the experiments of Jacobs and Ward are calculated (p. 243).

The other diagrams give corrections to the lift distribution of tapered wings, due to fuselage, which are calculated for the different geometrical parameters of wing and fuselage.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рисберг А. Б. и Полядский В. С. Аэродинамические материалы к расчету крыльев на прочность. Труды ЦАГИ. № 503.
2. Jacobs E. N. a. Ward K. E. Interference of wing and fuselage from tests of 209 combinations in the NACA variable-density tunnel. NACA. Rep. N 540.