

Т. IV, в. 4, 1940

О ТЕОРЕМЕ РОБЕРТСА-ЧЕБЫШЕВА

З. Ш. БЛОХ

(Москва)

В своем докладе, читанном 11 ноября 1875 г., Робертс^[1] дал преобразование, при помощи которого можно получить три четырехзвенных плоских механизма, у которых траектории определенных точек шатунной плоскости одинаковы.

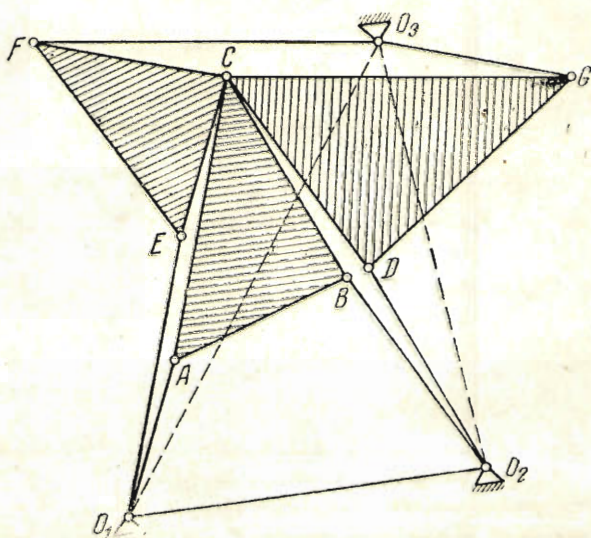
Построение, определяющее такого типа механизмы, показано на фиг. 1. Здесь O_1ABO_2 — некоторый произвольный шарнирный плоский четырехзвенник с точкой C в плоскости шатуна AB . Строим параллелограммы O_1ACE и O_2BCD и на сторонах EC , CD и O_1O_2 — треугольники ECF , CDG и $O_1O_2O_3$, подобные треугольнику ABC . Соединяя неподвижную точку O_3 с точками F и G , получим два новых шарнирных четырехзвенника O_2DGO_3 и O_1EFO_3 , точки C шатунных плоскостей которых описывают траектории, совпадающие с траекторией точки C шатунной плоскости исходного механизма O_1ABO_2 .

Указанное свойство точек шатунных плоскостей четырехзвенных механизмов формулируется в иностранной^[2] и русской^[3] литературе в виде теоремы Робертса.

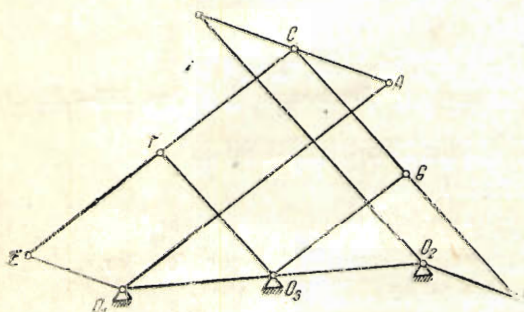
В своей известной работе^[4], читанной 5 декабря 1878 г., акад. П. Л. Чебышев указал построение, преобразующее его симметричный механизм O_1ABO_2 в λ -образный механизм O_3O_2DGC , и отметил, что траектории точек C этих четырехзвенных механизмов совпадают (фиг. 2).

Не трудно видеть, что построение Чебышева совпадает с построением Робертса в случае, когда точка C шатунной плоскости лежит на линии шатуна¹. Для более удобного сличения

¹ На это обстоятельство внимание автора обратил Н. Г. Бруевич.



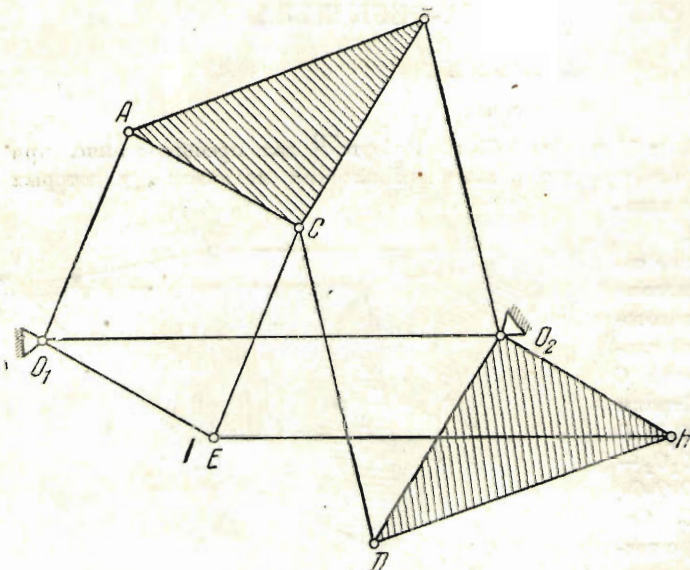
Фиг. 1.



Фиг. 2.

обоих построений соответствующие точки на фиг. 1 и 2 обозначены одинаковыми буквами. В конце своей статьи акад. П. Л. Чебышев распространил указанное им построение и на тот случай, когда точка C не лежит на линии шатуна AB , повторив таким образом результат Робертса. Сличение доказательств обоих ученых с несомненностью убеждает в том, что свой результат акад. П. Л. Чебышев получил совершенно независимо от Робертса, хотя и несколько позже.

До сих пор никто не обращал внимания на то, что, используя построение Робертса-Чебышева, можно получить еще три новых шестизвенных механизма, некоторые точки



Фиг. 3.

которых описывают траектории, совпадающие с траекториями точек C четырехзвенных механизмов, изображенных на фиг. 1.

Пусть O_1ABO_2 — произвольный шарнирный плоский четырехзвено (фиг. 3) с точкой C , лежащей в плоскости шатуна AB . Построим параллелограммы O_1ACE и O_2PCD . Замечая, что при движении образовавшегося механизма звенья O_1E и O_2D находятся под постоянным углом, равным углу ACB , строим параллелограмм O_1EHO_2 и соединяем точки H и D жестко. Таким образом траектория точки C (шестизвеного) параллелограммного механизма O_1EHO_2 с двухповодковой группой (диа-

дой) DCE совпадает с траекторией точки C исходного четырехзвеного механизма O_1ABO_2 .

На основании изложенного можно дополнить формулировку теоремы Робертса-Чебышева: траекторию любой точки C шатунной плоскости четырехзвеного механизма можно осуществить как кривую некоторой точки шатунов трех четырехзвенов в как кривую шарнира диад трех шестизвенов, образованных присоединением этих диад к кривошипам трех параллелограммных механизмов.

Поступила в редакцию 5 VI 1940.

ЛИТЕРАТУРА

1. Roberts S. Three-Bar Motion in Plane Space. "Proc. Lond. Math. Soc." 1875—1876. Vol. 7. [P. 14—23].
2. Вейер R. Technische Kinematik.
3. Вязириев С. В. Автоматы и полуавтоматы. Машгиз, 1939.
4. Чебышев П. Л. О простейших сочленениях. Сочинения. Т. 2. Стр. 278—282.

ON THE THEOREM OF ROBERTS-CHEBYSHEV

Z. S. BLOCH

(Summary)

The article points out that the well-known Roberts theorem on four-bar kinematical plane mechanisms was independently established by P. L. Chebyshev.

It is also shown that six types of four-bar plane mechanisms exist, the points of which describe the same curve.