

Т. IV, в. 3, 1940

О ПОСТРОЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ СКОРОСТЕЙ В СФЕРИЧЕСКИХ МЕХАНИЗМАХ

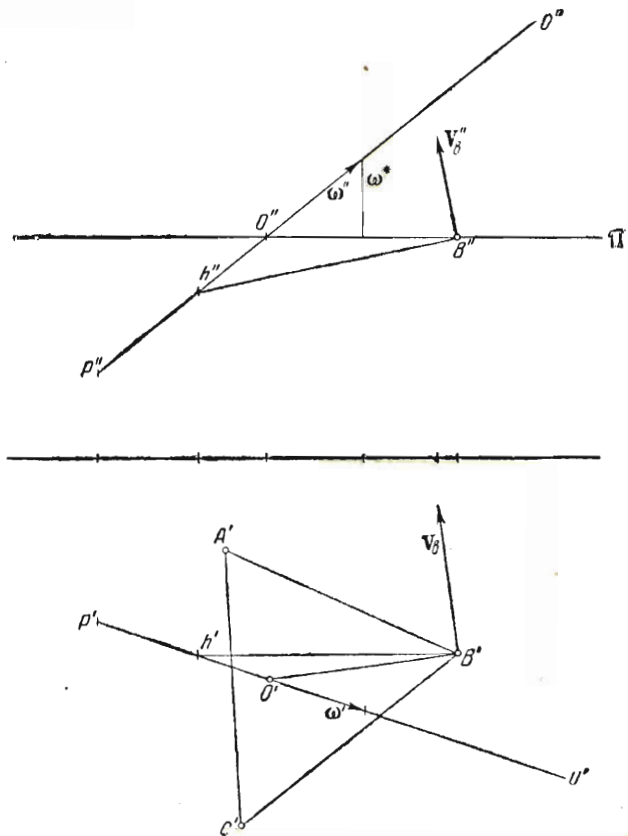
Я. Б. ШОР

(Москва)

В нашей работе „К кинематике сферических механизмов“ [1] было показано, как свести задачу об определении угловых скоростей в сферическом механизме к задаче кинематики некоторого вспомогательного плоского механизма. В этой заметке мы покажем, как можно определять линейные скорости в сферическом механизме при помощи того же вспомогательного плоского механизма.

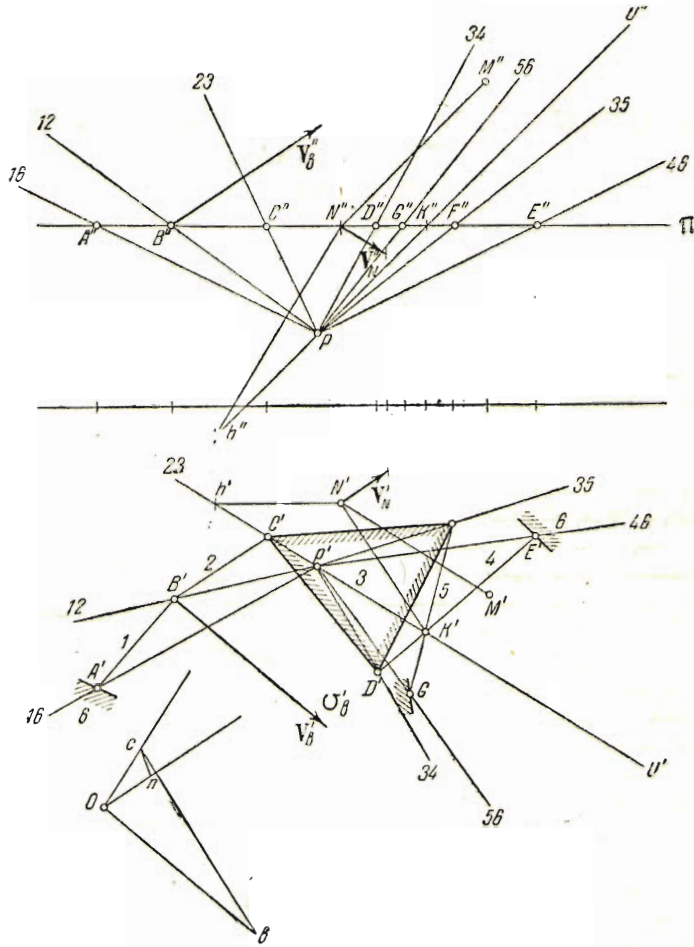
Напомним предварительно основную теорему вышеуказанной работы. Пусть дан произвольный сферический механизм. Пересечем оси его шарниров некоторой плоскостью π и примем точки пересечения за шарниры вспомогательного плоского механизма. Зададимся в одном из шарниров этого плоского механизма угловой скоростью, равной перпендикулярной к плоскости π составляющей угловой скорости в соответствующем шарнире данного сферического механизма. Тогда и во всех остальных шарнирах плоского механизма угловые скорости будут равны перпендикулярным к плоскости π составляющим угловых скоростей в соответствующих шарнирах сферического механизма. Пользуясь этим, нетрудно по мгновенным центрам звеньев плоского механизма определять соответствующие оси вращения соответствующих звеньев данного сферического механизма.

Пусть для звена $A'B'C'$ вспомогательного плоского механизма известен мгновенный центр O' (фиг. 1). Пусть π — след проведенной плоскости сечения, а точка P (P' , P'') —



Фиг. 1.

общая точка всех осей шарниров данного сферического механизма (сам сферический механизм на чертеже не показан). Найдем точку O'' пересечения перпендикуляра, опущенного из точки O' на ось x , со следом π . Прямые $P'O'$ и $P''O''$ представляют собой проекции u' и u'' мгновенной оси вращения того звена сферического механизма, которое соответствует звену $A'B'C'$ плоского механизма. Если известна угловая скорость ω^* звена $A'B'C'$ в плоском механизме, то нетрудно построить соответствующую угловую скорость ω (ω' , ω'') в сферическом механизме. Это построение показано на фиг. 1.



Фиг. 2.

Найдем линейную скорость $v_{B'}$ точки B' в плоском механизме и покажем, как по этой скорости можно построить линейную скорость v_B той точки $B (B', B'')$ сферического механизма, которая лежит в плоскости π . Известно, что

$$v_{B'} = \omega^* \times O'V', \quad v_B = \omega \times OB = \omega^* \times OB + \omega' \times OB,$$

откуда

$$v_B = v_{B'} + \omega' \times OB,$$

так как $OB = O'V'$. Проектируя это равенство на горизонтальную плоскость и принимая во внимание, что произведение $\omega' \times OB$ перпендикулярно к горизонтальной плоскости получим:

$$v_{B'} = v_B.$$

Таким образом горизонтальная проекция скорости точки B сферического механизма равна скорости точки B' плоского механизма.

Нетрудно теперь построить вертикальную проекцию v_B'' скорости точки B . Воспользуемся для этой цели построением момента вектора по Байеру^[2]. Так как скорость точки B равна моменту вектора ω относительно точки B , то направление вертикальной проекции v_B'' определится следующим простым построением: проводим $B'h'$ параллельно оси x до пересечения в точке h' с u' , затем ведем $h'h''$ перпендикулярно оси x до пересечения в точке h'' с u'' и проводим через точку B'' перпендикуляр к $h''B''$ — это и будет искомое направление вертикальной проекции v_B'' скорости точки B . Величину v_B'' легко определим из условия, что концы v_B' и v_B'' лежат на одном перпендикуляре к оси x .

Указанными построениями легко определяется скорость любой точки данного звена сферического механизма при условии, что эта точка лежит в плоскости π . Если требуется определить скорость некоторой точки M , которая не лежит в плоскости π , то следует поступить так. Проводим через точку M прямую MN параллельно оси u до пересечения в точке N с плоскостью π . Скорости точек M и N , очевидно, равны, а построить скорость точки N можно по вышеуказанному способу, ибо она лежит в плоскости π .

Проиллюстрируем изложенное на примере шестизвенного сферического механизма 123456 (фиг. 2). В этом механизме звено 6 неподвижно, известна скорость v_B точки B на оси 12, а требуется построить скорость точки M (M' , M''), принадлежащей звену 3.

Проведем горизонтальную плоскость π через точку B и образуем вспомогательный плоский механизм $A'B'C'D'E'F'G'$. Мгновенный центр звена 3 находится в точке K' пересечения прямых $E'D'$ и $F'G'$. По точке K' находим точку K'' на следе плоскости π . Прямые $P'K'$ и $P''K''$ определяют собой мгновенную ось u звена 3 сферического механизма. Проведем через точку M прямую MN параллельно оси u до пересечения в точке N с плоскостью π . Задача сводится к определению скорости точки N . Зная скорость v_B точки B' , строим план скоростей для плоского механизма, откуда определяем скорость On точки N' , т. е. проекцию v_N' . Проекцию v_N'' строим по Байеру. Аналогичным путем можно построить скорость любой точки любого звена сферического механизма. Заметим, что при этом мы совершенно не пользовались угловыми скоростями.

В заключение отметим, что при практическом выполнении вышеуказанных построений нет надобности проводить все прямые, как это мы делали на фиг. 2, — во многих случаях достаточно ограничиться засечками.

Поступила в редакцию 10 IV 1940.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шор Я. Б. К кинематике сферических механизмов. Журнал „Прикладная математика и механика“ 1940. Т. IV. Вып. 1.
2. Вейер R. Neue Wege zur zeichnerischen Behandlung der räumlichen Mechanik. ZAMM. 1933. [S. 17]. Русский пер. см. „Успехи математических наук“. 1940. Вып. 7.

ON THE CONSTRUCTION OF LINEAR VELOCITIES IN SPHERICAL MECHANISMS

J. B. SHOR

(Summary)

In the article the graphic procedure of determining linear velocities in spherical mechanisms is outlined, based on the previous work of the author^[1] where the problem of spherical mechanisms is reduced to the kinematic problem of plane mechanisms.