

О РАСЧЕТЕ ОСАДКИ СПИРАЛЬНЫХ НЕЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН

Е. П. Попов

(Москва)

Настоящая работа имеет целью осветить один, до сих пор недостаточно разработанный, но практически важный вопрос теории расчета спиральных пружин, а именно, учет явления посадки витков пружины на опорную плоскость. Этот вопрос рассматривался в ряде работ [1], [2], [3], [4] в применении к некоторым частным случаям.

Здесь мы рассмотрим общий случай спиральной пружины, работающей на сжатие.

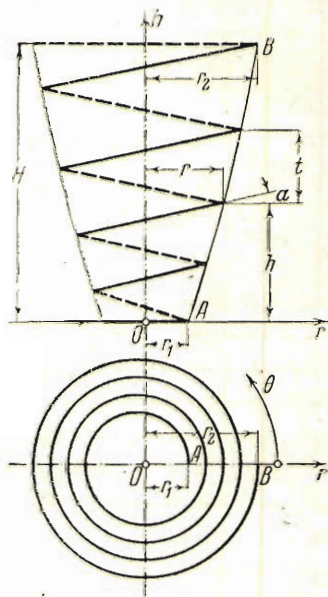
Воспользуемся цилиндрической системой r, θ, h координат (фиг. 1) и для определенности расположим пружину так, чтобы радиус r_1 основания был больше радиуса r_2 верхнего витка.

1. Пружина мыслится в виде линейной упругой совокупности материальных частиц, образующих пространственную спираль на поверхности произвольного тела вращения.

2. Шаг спирали t и угол наклона витков ее к горизонтальной плоскости α в общем случае произвольно переменны по длине пружины, но остаются всегда достаточно малыми, чтобы считать $\cos \alpha = 1$ и $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha$.

3. Считаем, как обычно, что в результате сжатия пружины аксиальной силой P материал ее работает на чистое кручение моментами $M = Pr$ и что при этом все поперечные сечения проволоки, поворачиваясь вокруг ее оси, опускаются вертикально вниз, т. е. в процессе деформации пружины меняется лишь h , координаты же r и θ для каждого сечения остаются постоянными — вид пружины в плане не меняется.

4. Для задания пружины необходимо и достаточно задать вид пружины в плане (фиг. 1), т. е. $r = r(\theta)$, и форму тела вращения, т. е. $h = h(r)$, а кроме того, жесткость при кручении проволоки, из которой свита пружина, $C = GJ_k$, где G — модуль упругости второго рода, а J_k — величина, имеющая



Фиг. 1.

особое выражение через геометрические размеры сечения и совпадающая в случае круглого сечения с полярным моментом инерции площади J_p .

5. Материал пружины все время следует закону Гука.

Поясним сущность явления посадки витков пружины.

Известно, что элементарная осадка витка в произвольном сечении при сжатии пружины

$$d\delta = \frac{Pr^2}{C} ds = \frac{Pr^3}{C} d\theta, \quad (1)$$

где δ — осадка пружины, s — длина дуги спирали, C — жесткость проволоки при кручении. Поэтому уменьшение угла наклона витка в этом сечении пружины в результате ее сжатия будет:

$$\Delta\alpha = \frac{d\delta}{ds} = \frac{Pr^2}{C}. \quad (2)$$

Ввиду различия значений $\Delta\alpha$ для витков разных радиусов возможна посадка какого-либо крайнего витка на опорную плоскость раньше, чем вся пружина полностью будет сжата. Условием такой посадки является, очевидно, уменьшение угла наклона витка до нуля, т. е.

$$\Delta\alpha = \alpha, \quad (3)$$

где α — первоначальный угол наклона (до деформации пружины), который можно записать в виде:

$$\alpha = \frac{dh}{ds} = \frac{1}{r} \frac{dh}{d\theta}. \quad (4)$$

Если функции $r = r(\theta)$ и $\frac{dh}{d\theta}$ изменяются монотонно с изменением аргумента θ , то и условие (3) с изменением нагрузки P будет выполняться в непрерывной последовательности вдоль длины спирали, начиная от одного ее конца до другого. Тогда и посадка витков пружины на опорную плоскость будет происходить в такой же непрерывной последовательности. Это обычно и имеет место в практически применяемых пружинах.

Можно себе представить и другой случай, когда в каких-нибудь средних точках пружины равенство (3) осуществляется раньше, чем в крайних (например, при бочкообразной форме пружины — немонотонное изменение r , или при соответствующем немонотонном распределении угла наклона α по длине пружины). В таком случае выполнение условия (3) для средних витков еще не будет обозначать посадки их на опорную плоскость, но эти витки, получая затем отрицательные углы α , будут выпучиваться в сторону опорной плоскости и в конце концов коснутся ее раньше, чем предыдущие витки, нарушив тем самым непрерывную последовательность посадки. Этот случай как не представляющий практического интереса мы рассматривать не будем.

Обозначим через P_1 и δ_1 нагрузку и осадку пружины в момент начала посадки витков, а через P_2 и δ_2 — нагрузку и осадку пружины при полном ее сжатии в одну плоскость. Очевидно, что $\delta_2 = H$, где H — полная высота пружины до деформации.

Пусть посадка витков начинается с крайней точки B (фиг. 1) наибольшего радиуса $r=r_2$. Применяя формулы (2), (3), (4), находим нагрузку при начале посадки:

$$P_1 = \frac{C}{r_2^3} \left(\frac{dh}{d\theta} \right)_{\substack{\theta=2\pi n \\ r=r_2}} \quad (5)$$

и согласно (1) соответствующую осадку пружины

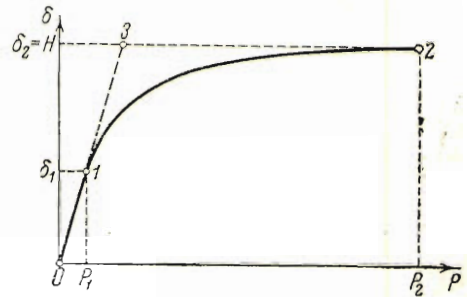
$$\delta_1 = \frac{P_1}{C} \int_0^{2\pi n} r^3 d\theta. \quad (6)$$

Нагрузка же полного сжатия пружины, когда на опорную плоскость ляжет последний виток $r=r_1$, будет:

$$P_2 = \frac{C}{r_1^3} \left(\frac{dh}{d\theta} \right)_{\substack{\theta=0 \\ r=r_1}}. \quad (7)$$

До начала посадки витков в интервале нагрузки $0 \leq P \leq P_1$ справедлива обычная линейная зависимость между сжимающей силой и осадкой пружины, определяемая согласно (1) формулой:

$$\delta_{0 \leq P \leq P_1} = \frac{P}{C} \int_0^{2\pi n} r^3 d\theta, \quad (8)$$



Фиг. 2.

где n — число витков пружины и $r=r(\theta)$. Графически это выражается прямой $O-1$ (фиг. 2).

При начале посадки (в точке 1 на фиг. 2) нарушается линейная зависимость (8), так как витки, лежащие на опорную плоскость, уже не претерпевают дальнейшей осадки. Количество рабочих витков пружины становится, таким образом, меньше, отчего общая жесткость пружины увеличивается, и для сжатия ее приходится прикладывать уже значительно большие усилия, чем это следует из линейной зависимости (8). Поэтому при дальнейшем сжатии постепенное увеличение посадки витков вызывает постепенное отклонение графика $\delta = \delta(P)$ вправо (фиг. 2), что дает кривую $1-2$ вместо прямой $1-3$, которая соответствовала бы формуле (8).

Числовые примеры^[3] показывают весьма значительные отклонения кривой $1-2$ от $1-3$. Поэтому учет явления посадки в практических расчетах совершенно необходим.

Пусть при данной величине нагрузки P часть пружины BC (фиг. 3, где дан только вид пружины в плане) уже лежит на опорной плоскости; рабочей же ее частью остается лишь часть AC . Тогда осадку пружины можно представить состоящей из двух частей:

1) осадки рабочей части AC , подчиняющейся линейной зависимости (8), а именно:

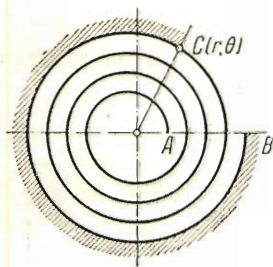
$$\delta_{AC} = \frac{P}{C} \int_0^{\theta} r^3 d\theta; \quad (9)$$

2) осадки лежащей части BC , равной первоначальному расстоянию точки C от верхней опорной плоскости, которое в данный момент сократилось до нуля:

$$\delta_{BC} = H - h. \quad (10)$$

Следовательно, осадка пружины δ в интервале нагрузки $P_1 \leq P \leq P_2$ будет:

$$\delta_{P_1 \leq P \leq P_2} = \delta_{AC} + \delta_{BC} = \frac{P}{C} \int_0^{\theta} r^3 d\theta + H - h. \quad (11)$$



Фиг. 3.

Заметим, что такое выражение удовлетворяет граничным условиям. Так, при $P = P_1$ (начало посадки) $\theta = 2\pi n$, $r = r_2$, $h = H$ и

$$\delta_{P=P_1} = \delta_1 = \frac{P_1}{C} \int_0^{2\pi n} r^3 d\theta,$$

а при $P = P_2$ (конец посадки, вся пружина сжата в одну плоскость) $\theta = 0$, $r = r_1$, $h = 0$ и

$$\delta_{P=P_2} = \delta_2 = H.$$

Необходимо отметить, что теоретически, когда мы мыслим пружину как линейную совокупность частиц, все наши рассуждения являются общими. Практически же витки могут ложиться на опорную плоскость только при условии

$$r(\theta) - r(\theta - 2\pi) \geq d, \quad (12)$$

где d — горизонтальный размер поперечного сечения проволоки (в случае круглой проволоки — ее диаметр).

В противном случае витки будут ложиться друг на друга, и явление посадки, оставаясь принципиально таким же, потребует уже несколько других математических выкладок^[3].

Решим следующий пример общего характера.

Пусть уравнение поверхности тела вращения, по которому навивается пружина, будет:

$$h = H \frac{r^k - r_1^k}{r_2^k - r_1^k}, \quad (13)$$

что представляет параболоид вращения k -го порядка, а в частном случае $k=1$ — конус, $k=2$ — обычный параболоид. Заметим, что это уравнение удовлетворяет граничным условиям: $h = H$ при $r = r_2$ и $h = 0$ при $r = r_1$.

Кроме того, пусть вид пружины в плане характеризуется уравнением

$$\frac{dr}{d\theta} = mr^t, \quad (14)$$

что в частном случае при $t=1$ отвечает логарифмической спирали

$$r = r_1 e^{m\theta}, \quad \left(m = \frac{\lg \frac{r_2}{r_1}}{2\pi n} \right), \quad (15)$$

а при $t=0$ — архимедовой спирали

$$r = m\theta + r_1, \left(m = \frac{r_2 - r_1}{2\pi n} \right). \quad (16)$$

Дифференцирование (13) по θ дает:

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{dh}{dr} \frac{dr}{d\theta} = \frac{Hkm}{r_2^k - r_1^k} r^{t+k-1}. \quad (17)$$

Введем обозначения:

$$a = \frac{r_1}{r_2}, \quad (18)$$

$$b = \frac{4-t}{k}. \quad (19)$$

Прежде чем приступить к решению задачи, необходимо выяснить влияние параметра b (19) на поведение пружины.

Уравнения (13), (14) и (17) говорят о монотонности изменения наших функций, т. е. при изменении $0 \leq \theta < 2\pi n$ мы имеем:

$$r_1 \leq r \leq r_2, \quad 0 \leq h \leq H, \quad \left(\frac{dh}{d\theta} \right)_{\theta=0} \leq \frac{dh}{d\theta} \leq \left(\frac{dh}{d\theta} \right)_{\theta=2\pi n}.$$

Поэтому и посадка витков на опорную плоскость будет происходить в непрерывной последовательности от одного конца пружины до другого в соответствии с формулами (3), (2) и (4). Из последних находим условие посадки произвольной точки пружины (r, θ, h) :

$$\frac{Pr^2}{C} = \frac{1}{r} \frac{dh}{d\theta};$$

откуда, подставляя (17) и пользуясь (19), получаем нагрузку, при которой происходит эта посадка:

$$P = \frac{CHkm}{r_2^k - r_1^k} r^{k(1-b)}. \quad (20)$$

Нагрузки, отвечающие посадке крайних точек A и B (фиг. 1), будут:

$$P_A = \frac{CHkm}{r_2^k - r_1^k} r_1^{k(1-b)}, \quad (21)$$

$$P_B = \frac{CHkm}{r_2^k - r_1^k} r_2^{k(1-b)}. \quad (22)$$

Так как $r_1 \leq r \leq r_2$, то поведение функции $P(20)$ будет существенно различным в трех случаях, а именно:

1) при $b > 1$

$$P_B \leq P \leq P_A, \quad (23)$$

2) при $b = 1$

$$P = P_A = P_B, \quad (24)$$

3) при $b < 1$

$$P_A \leq P \leq P_B. \quad (25)$$

Следует разобрать все три случая отдельно.

1. Решение задачи в случае $b > 1$

Случай $b > 1$ охватывает пружины простейшей нецилиндрической формы, когда согласно (19) соотношение показателей степени в уравнениях спирали (13) и (14) имеет вид:

$$k < 4 - t. \quad (26)$$

В этом случае, как показывает (23), посадка витков пружины начинается с точки B (фиг. 1), т. е. $P_1 = P_B$. Из (22) и (18) нагрузка при начале посадки

$$P_1 = \frac{CHkm}{(1 - ak)r_2^{kb}}. \quad (27)$$

Нагрузка, сжимающая всю пружину в одну плоскость, $P_2 = P_A$ из сравнения (21) и (22) будет:

$$P_2 = \frac{P_1}{a^k(b-1)}. \quad (28)$$

До начала посадки в интервале $0 \leq P \leq P_1$ согласно (8) и (14) имеем осадку пружины:

$$\delta = \frac{P}{C} \int_0^{2\pi n} r^3 d\theta = \frac{P}{C} \int_{r_1}^{r_2} r^3 \frac{d\theta}{dr} dr = \frac{P}{mC} \int_{r_1}^{r_2} r^{3-t} dr.$$

Окончательно

$$\delta_{0 \leq P \leq P_1} = \frac{P(r_2^{4-t} - r_1^{4-t})}{mC(4-t)}. \quad (29)$$

Осадка при начале посадки $\delta_1 (P = P_1)$ из (29) и (27):

$$\delta_1 = H \frac{1 - a^{kb}}{b(1 - a^k)}. \quad (30)$$

В интервале $P_1 \leq P \leq P_2$ при наличии посадки витков осадка пружины согласно (11) будет:

$$\delta = \frac{P(r^{4-t} - r_1^{4-t})}{mC(4-t)} + H \frac{r_2^k - r^k}{r_2^k - r_1^k}, \quad (31)$$

где r — координата точки B (фиг. 3), лежащая на опорную плоскость при данном значении нагрузки P .

Это выражение необходимо привести к виду $\delta = \delta(P)$, исключив из него переменную r . Из сравнения (20) и (27) имеем:

$$\frac{r}{r_2} = \left(\frac{P_1}{P} \right)^{\frac{1}{k(b-1)}}. \quad (32)$$

Далее, преобразуя выражение (31) к виду

$$\delta = \frac{H}{1 - a^k} \left\{ \frac{P(1 - a^k)r_2^{kb}}{CHkm} \left[\left(\frac{r}{r_2} \right)^{kb} - a^{kb} \right] + 1 - \left(\frac{r}{r_2} \right)^k \right\},$$

а затем используя (27) и (32), получим окончательное выражение для осадки пружины в интервале $P_1 \leq P \leq P_2$:

$$\delta_{P_1 \leq P \leq P_2} = \frac{H}{b(1 - a^k)} \left[b - (b-1) \sqrt[b-1]{\frac{P_1}{P}} - \frac{P}{P_1} a^{kb} \right], \quad (33)$$

где постоянные параметры a , b и P_1 определяются по (18), (19) и (27), а k — показатель степени в уравнении тела вращения (13).

К частным случаям разобранный способ решения задачи относятся все три типа наиболее часто практически применяемых пружин, которые были подробно исследованы в отношении процесса посадки витков раньше^[3]:

а) коническая пружина $t = \text{const}$ (с постоянным шагом), представляющая в плане архимедову спираль (16), соответствует частному случаю

$$k=1, t=0, b=4;$$

причем подстановка этих значений дает:

$$P_1 = \frac{CH}{2\pi n r_2^3}, P_2 = \frac{P_1}{a^3}, \delta_1 = \frac{H}{4}(1+a^2)(1+a),$$

$$\delta_{0 \leq P \leq P_1} = \frac{\pi n P (r_2^2 + r_1^2)(r_2 + r_1)}{2C}, \quad (34)$$

$$\delta_{P_1 \leq P \leq P_2} = \frac{H}{4(1-a)} \left(4 - 3\sqrt{\frac{P_1}{P}} - \frac{P}{P_1} a^4 \right);$$

б) коническая пружина $\alpha = \text{const}$ (с постоянным углом наклона витков), представляющая в плане логарифмическую спираль (15), соответствует частному случаю

$$k=1, t=1, b=3,$$

что дает:

$$P_1 = \frac{CH}{2\pi n r_2^2 (r_2 - r_1)} \lg \frac{r_2}{r_1}, \quad P_2 = \frac{P_1}{a^2}, \quad \delta_1 = \frac{H}{3}(1+a+a^2),$$

$$\delta_{0 \leq P \leq P_1} = \frac{2\pi n P (r_2^3 - r_1^3)}{3C \lg \frac{r_2}{r_1}},$$

$$\delta_{P_1 \leq P \leq P_2} = \frac{H}{3(1-a)} \left(3 - 2\sqrt{\frac{P_1}{P}} - \frac{P}{P_1} a^3 \right);$$

в) параболоидная пружина $\alpha = \text{const}$, представляющая в плане архимедову спираль (16), соответствует частному случаю

$$k=2, t=0, b=2,$$

что дает:

$$P_1 = \frac{CH}{\pi n r_2^2 (r_2 + r_1)}, \quad P_2 = \frac{P_1}{a^2}, \quad \delta_1 = \frac{H}{2}(1+a^2),$$

$$\delta_{0 \leq P \leq P_1} = \delta \quad (34),$$

$$\delta_{P_1 \leq P \leq P_2} = \frac{H}{2(1-a^2)} \left(2 - \frac{P_1}{P} - \frac{P}{P_1} a^4 \right).$$

Мы видим, что у этих трех типов пружин посадка витков начинается уже тогда, когда осадка превысит соответственно четверть, треть и половину от полной высоты пружины. А такая величина осадки пружин в практике встречается весьма часто.

2. Решение задачи в случае $b=1$

К этому случаю относятся пружины, у которых согласно (19) соотношение показателей в уравнениях спирали (13) и (14) имеет вид:

$$k=4-t. \quad (35)$$

Применяя (30) и (33) с учетом (24) к предельному случаю $b=1$, получаем:

$$\delta_1 = \delta_{P_1 \leq P \leq P_2} = H.$$

Это соотношение, а также (24) показывают, что у таких пружин посадка всех витков происходит одновременно ($P=P_1=P_2$) и только тогда, когда вся пружина уже полностью сжата в одну плоскость ($\delta=\delta_1=H$).

Следовательно, при условии (35) пружина сохраняет линейный закон $\delta = \delta(P)$ на весь процесс ее сжатия, графическим изображением которого будет прямая 0—3 на фиг. 2, причем вся кривая 1—2 здесь стягивается в одну точку 3.

Сила, сжимающая пружину в одну плоскость [предельный случай (28) и (27)], будет:

$$P_{1,2} = \frac{CHkm}{r_2 k - r_1 k}. \quad (36)$$

Осадка пружины, в течение всего процесса сжатия пружины линейно зависящая от P , выразится согласно (29) и (35) формулой:

$$\delta = \frac{P(r_2 k - r_1 k)}{mkC}. \quad (37)$$

Разобранное решение является весьма важным практически для тех случаев, когда при сильном сжатии пружин требуется сохранить линейную зависимость осадки от нагрузки.

Исходя из практической важности этого вопроса, Гроз^[1] предложил графический способ, а затем П. П. Баландин^[2] аналитический способ для построения такого типа пружин, принимая в плане архимедову спираль (16). Как видно, последняя является частным случаем нашего решения при $t=0$, когда мы получаем согласно (35) $k=4$ параболоид вращения четвертого порядка, причем из (36) и (37)

$$P_{1,2} = \frac{2CH}{\pi n (r_2^2 + r_1^2) (r_2 + r_1)},$$

а формула для осадки будет такая же, как (34).

Наше же решение открывает новые возможности в построении такого типа пружин путем комбинирования показателей k и t в соответствии с (35).

Так например, если практически удобнее выполнить пружину в виде простейшего тела вращения — конуса ($k=1$), то легко найти, какой при этом должен быть вид ее в плане.

Для конической пружины ($k=1$)

$$h = H \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}, \quad (38)$$

согласно (35) имеем $t=3$, а из (14)

$$\frac{dr}{d\theta} = mr^3, \quad (39)$$

откуда

$$m\theta = \int_{r_1}^r \frac{dr}{r^3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r^2} \right).$$

Параметр m найдется из условия $r=r_2$ при $\theta=2\pi n$, а именно, пользуясь (18),

$$m = \frac{1 - a^2}{4\pi n r_1^2}. \quad (40)$$

Окончательно получаем уравнение спирали в следующем виде:

$$r = \frac{r_1}{\sqrt{1 - (1 - a^2) \frac{\theta}{2\pi n}}}. \quad (41)$$

Следовательно, такой вид в плане должна иметь коническая пружина, сохраняющая в течение всего периода сжатия линейную зависимость $\delta = \delta(P)$. Последняя согласно (37) здесь будет:

$$\delta = \frac{P 4\pi n r_1^2 r_2^2}{C(r_2 + r_1)}.$$

Угол наклона витка этой конической пружины в произвольной точке вычисленный согласно (4), как

$$\alpha = \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} \frac{dr}{d\theta},$$

в соответствии с (38), (39) и (40) будет:

$$\alpha = \frac{H(r_2 + r_1)}{4\pi n r_1^2 r_2^2} r^2.$$

Аналогично можно создать и еще ряд пружин, удовлетворяющих условию (35) и сохраняющих линейность $\delta = \delta(P)$.

3. Решение задачи в случае $b < 1$

Сюда относятся пружины более сложных форм, а потому практически менее интересные, у которых согласно (19) соотношение показателей в уравнениях спирали (13) и (14) имеет вид:

$$k > 4 - t. \quad (42)$$

Здесь, как показывает (25), посадка начинается с точки A (фиг. 1), т. е. с витка наименьшего радиуса $r = r_1$. Это происходит потому, что, хотя витки больших радиусов и сильнее деформируются, все же вследствие малости первоначального угла наклона у витков меньших радиусов последние ложатся на опорную плоскость раньше. В самом деле, если представить (17) в виде

$$\frac{dh}{d\theta} = \lambda r^{u+1},$$

где $\lambda = \text{const}$, а $u + 1 = t + k - 1$, то легко видеть, что в выражении угла наклона витка (4)

$$\alpha = \lambda r^u$$

показатель степени $u = t + k - 2$ в трех рассмотренных нами случаях будет

$$1) u < 2 \text{ при } b > 1, \quad 2) u = 2 \text{ при } b = 1, \quad 3) u > 2 \text{ при } b < 1.$$

Непосредственное сравнение полученного с законом изменения угла наклона при деформации $\Delta\alpha$ (2) наглядно объясняет описанную картину посадки витков.

Итак, здесь мы имеем $P_1 = P_A$. Из (21) и (18):

$$P_1 = \frac{CHkma^k}{(1 - a^k) r_1^{kb}}. \quad (43)$$

Сравнивая $P_2 = P_B$ (22) с (21), находим:

$$P_2 = \frac{P_1}{a^{k(1-b)}}. \quad (44)$$

До начала посадки следует пользоваться, как и раньше, формулой (29). Осадка при начале посадки

$$\delta_1 = H \frac{a^{k(1-b)} (1 - a^{kb})}{b(1 - a^k)}.$$

Осадка пружины в интервале $P_1 \leq P \leq P_2$ уже не будет следовать формуле (11). Здесь в отличие от фиг. 3 часть пружины AC будет лежать на опорной плоскости, а рабочей частью окажется BC . Поэтому по аналогии с (11)

$$\delta = \delta_{BC} + \delta_{AC} = \frac{P}{C} \int_0^{2\pi n} r^3 d\theta + h = \frac{P(r_2^{4-t} - r_1^{4-t})}{mC(4-t)} + H \frac{r_2^k - r_1^k}{r_2^k - r_1^k}.$$

Из сравнения (20) и (43) найдем:

$$\frac{r}{r_1} = \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{1}{k(1-b)}}.$$

После преобразований окончательно имеем:

$$\delta_{P_1 \leq P \leq P_2} = \frac{Hak}{b(1-ak)} \left[\frac{P}{a^k b P_1} - (1-b) \sqrt[1-b]{\frac{P}{P_1} - b} \right]. \quad (45)$$

Это и будет уравнением кривой 1—2 (фиг. 2) для случая $b < 1$.

В заключение отметим, что проведенное общее исследование дает возможность получения самых разнообразных законов $\delta = \delta(P)$ в зависимости от геометрического построения пружины, а это, в свою очередь, может быть использовано для построения специальных спиральных пружин, удовлетворяющих определенной заданной зависимости осадки от нагрузки.

Поступила в редакцию 12 X 1939.

ЛИТЕРАТУРА

1. Grosz S. Druckbeanspruchte Kegelstumpffedern mit gerader Kraft—Weg—Linie. „VDI“. 1930. Стр. 1759—1762.
2. Баландин П. П. О расчете конических пружин. „Вестник инженеров и техников“. 1935. № 4.
3. Попов Е. П. К вопросу о расчете деформаций конических и параболических пружин. „Труды КрМММИ“. 1936. Вып. 21-22.
4. Пономарев С. Д. Расчет и конструкция витых пружин. 1938. Гл. VIII.

CALCULATING THE COMPRESSION OF NON-CYLINDRICAL SPIRAL SPRINGS

Е. Р. РОПОВ

(Summary)

The author deals with the general case of a spring formed as a spiral on the surface of an arbitrary solid of revolution.

The subject under consideration is the calculation of the compression of a spring under the action of an axial force when the sagging of the coils of the spring on the supporting plane is taken into account.

The phenomenon of the sagging of the coils of the spring disturbs the usual linear relation between the compression δ and the load P .

In this case various curves $\delta = \delta(P)$ may be obtained depending on the configuration of the spiral.

As particular cases of the general investigation, a few practically important applications are considered, namely: conic and parabolic springs and also special springs for which the linear relation $\delta = \delta(P)$ is maintained during the whole process of compression