

К ВОПРОСУ О СТРУЙНОМ ОБТЕКАНИИ БЕСКОНЕЧНОЙ РЕШЕТКИ С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМ ПЕРОМ

И. М. БЕЛЕНЬКИЙ и И. Е. ЗЕЛЕНСКИЙ

(Харьков)

Введение

Различные случаи струйного обтекания решетки с прямолинейным пером были рассмотрены многими авторами. Так, например, Н. Е. Жуковский¹ дал решение струйного обтекания решетки при определенном угле атаки.

Далее, С. А. Чаплыгин и А. Минаков² устранили ограничение Н. Е. Жуковского и дали решение для произвольного угла атаки.

Эта же задача была решена С. Schmieden.³ Затем Н. И. Ахизером⁴ была решена задача о струйном обтекании решетки в предположении срыва струй по схеме Чаплыгина — Лаврентьева, т. е. в предположении срыва струй с одного острого края, плавного обтекания другого и последующего срыва с задней стороны. Формулы, полученные им в этой работе, дают возможность решить задачу о струйном обтекании решетки с прямолинейным пером при любой схеме обтекания, если известно решение задачи при той же схеме обтекания для изолированного пера решетки.

Пользуясь этой возможностью, в этой работе рассмотрено струйное обтекание решетки с прямолинейным пером по наиболее общей схеме, т. е. в предположении плавного обтекания обеих острых кромок с последующим срывом

¹ Н. Е. Жуковский, Видоизменение метода Kirchhoff для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на неизвестной линии тока. Собрание сочинений, т. II, вып. 3, 1930.

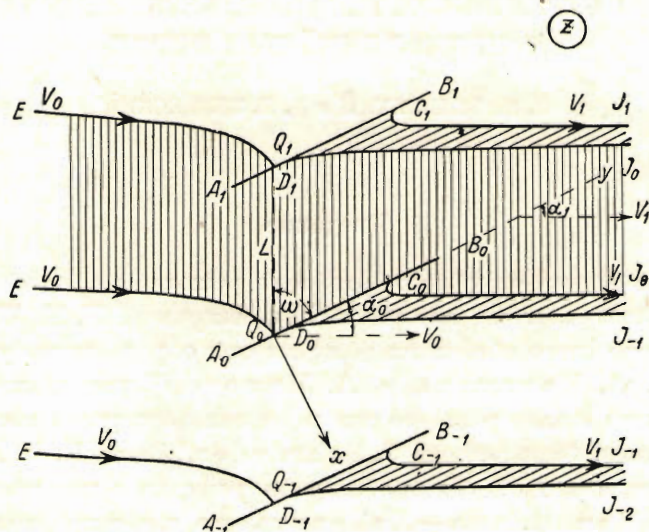
² С. Чаплыгин и А. Минаков, Теоретический расчет действия турбины. Приложение к 3-му выпуску тома II собрания сочинений Н. Е. Жуковского, 1930.

³ С. Schmieden, Unstetige Strömung durch Gitter, *3, Ing. Arch.*, S. 130, 1932.

⁴ Н. И. Ахизер, О плоскопараллельном потоке через бесконечную решетку. Научные записки ХАИ, вып. II, 1934.

обеих струй с задней стороны пера, так как задача об обтекании изолированного пера по этой схеме была решена авторами в одной из прежних работ.¹

1. Пусть в плоскости z расположена бесконечная решетка с прямолинейным пером длины $2l$. Рассмотрим обтекание этой решетки безвихревым потоком несжимаемой жидкости, скорость которого на бесконечности перед решеткой равна V_0 и направлена под углом α_0 к перу решетки; при этом примем, что поток жидкости, набегая на решетку, разветвляется в точках Q_i на передней стороне каждого пера, плавно, безотрывно обтекает острые кромки A_i, B_i и, срываясь в некоторых точках D_i, C_i на задней стороне, образует струи $C_i I_i$ и $D_i I_{i-1}$, тянущиеся за решеткой на бесконечность, скорость на которых будем считать постоянной и равной $V_1 > V_0$ вследствие сжатия потока за решеткой (фиг. 1).



Фиг. 1.

Плавное обтекание острых кромок A_i, B_i приводит к образованию бесконечно больших скоростей w , значит, к бесконечно большим отрицательным давлениям; несмотря на это, такая схема обтекания вполне приемлема, так как распределение давлений на омываемой части пера, за исключением малых окрестностей точек A_i, B_i , мало отличается от результатов опыта.

В силу периодичности решетки структура потока будет также периодической. Поэтому при изучении потока, обтекающего решетку, достаточно рассмотреть его в какой-нибудь основной полосе. В качестве такой основной полосы мы можем принять область, ограниченную контуром

$$EQ_1 A_1 D_1 I_0 C_0 B_0 Q_0 E.$$

¹ И. М. Беленький и И. Е. Зеленский, К обтеканию пластинки косым потоком по обобщенной схеме Schmieden, ХАИ, 1936.

Обратимся теперь к плоскости комплексного потенциала

$$f = \varphi + i\psi$$

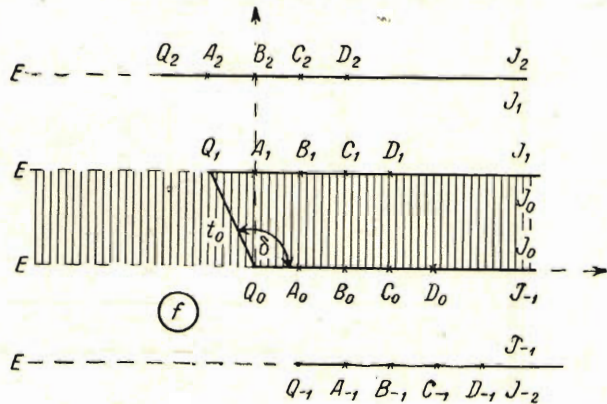
и посмотрим, что будет соответствовать в плоскости f области, занятой потоком жидкости в плоскости z . Так как $Q_i B_i C_i I_i$ и $Q_i A_i D_i I_{i-1}$ представляют собой две ветви одной и той же линии тока $E Q_i$, то поэтому на них функция тока ψ сохраняет постоянное значение. Следовательно, границе жидкости

$$I_i C_i B_i Q_i A_i D_i I_{i-1}$$

в плоскости z будет соответствовать в плоскости f полупрямая

$$I_i C_i B_i Q_i A_i D_i I_{i-1}$$

параллельная действительной оси и представляющая собой двухбереговую разрез. Комплексный потенциал, будучи функцией неперриодической, должен, однако, иметь первой производной периодическую функцию. так как она представляет собой комплексную скорость течения. Поэтому комплексный потенциал должен быть функцией квази-периодической, получая каждый раз при переходе из точек одной линии тока в соответственные точки соседней со-



Фиг. 2.

ответственной линии тока постоянную прибавку $f_0 e^{i\delta}$; параметры f_0 и δ связаны с конфигурацией решетки. Так как комплексный потенциал определяется с точностью до произвольного постоянного, то его всегда можно подобрать так, чтобы точке Q_0 соответствовало $f=0$. В силу сказанного выше плоскость комплексного потенциала будет иметь вид, указанный на фиг. 2. В целях отыскания связи между плоскостями z и f введем несколько вспомогательных плоскостей. В первую очередь введем плоскость τ .

Отобразим конформно область, занятую потоком в плоскости f , на верхнюю половину плоскости τ , применяя известную формулу Schwarz-Christoffel, имеем:

$$\Re f + \Im = \tau \cos \tau_0 + \sin \tau_0 \lg \frac{\sin(\tau_0 - \tau)}{\sin \tau_0}.$$

Так как при этом положение трех точек может быть выбрано произвольно, то положим, что точке Q_0 соответствует точка $\tau=0$, а точке Q_1 соответствует точка $\tau=\pi$. Тогда вследствие периодичности все остальные точки Q_k будут соответствовать точкам $\tau=k\pi$.

Определяя \Re , \Im и τ_0 обычным путем через соответствие точек обеих плоскостей, найдем, что

$$\Re = -\frac{f_0}{\pi}, \quad \Im = 0 \quad \text{и} \quad \tau_0 = \pi - \delta;$$

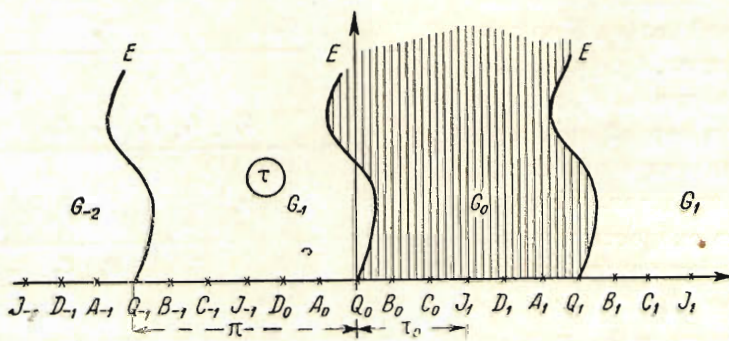
следовательно,

$$f = \frac{f_0}{\pi} \left\{ \tau \cos \delta - \sin \delta \lg \frac{\sin(\tau + \delta)}{\sin \delta} \right\}. \quad (1)$$

Вводим вторую вспомогательную плоскость t . Отобразим конформно область $E Q_0 I_0 Q_1 E$ плоскости τ (на фиг. 3 заштрихованную) на внутренность единичного полукруга, лежащего в плоскости t , с соответствием точек, указанным на фиг. 4. Связь между этими плоскостями τ и t дается формулой:¹

$$\tau = -\delta + \frac{1}{2i} \lg \frac{\left(t + \frac{1}{t}\right) - \left(t_0 + \frac{1}{t_0}\right)}{\left(t + \frac{1}{t}\right) - \left(\bar{t}_0 + \frac{1}{\bar{t}_0}\right)}, \quad (2)$$

где t_0 есть значение t в точке E .



Фиг. 3.

Так как при $t = e^{i\gamma} \tau$ равняется 0 или π , то из (2) получаем, что

$$e^{2i\delta} = \frac{2 \cos \gamma - \left(t_0 + \frac{1}{t_0}\right)}{2 \cos \gamma - \left(\bar{t}_0 + \frac{1}{\bar{t}_0}\right)}. \quad (3)$$

Если теперь с помощью (2) заменить τ через t в (1), то мы получим выражение комплексного потенциала f в таком виде:

$$f = \frac{f_0}{2\pi i} \left\{ e^{i\delta} \lg \left[\left(t + \frac{1}{t}\right) - \left(t_0 + \frac{1}{t_0}\right) \right] - e^{-i\delta} \lg \left[\left(t + \frac{1}{t}\right) - \left(\bar{t}_0 + \frac{1}{\bar{t}_0}\right) \right] \right\} + \text{const.} \quad (4)$$

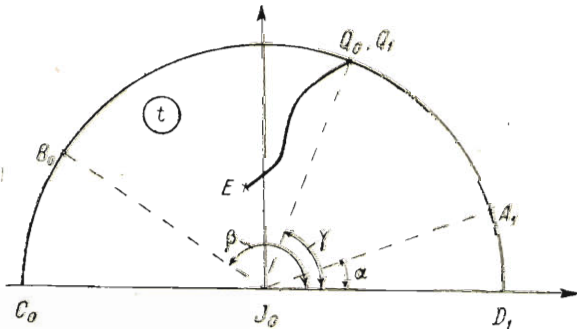
Введем, следуя Кирхгофф, функцию ζ по формуле:

$$\zeta = V_1 \frac{dz}{df},$$

где V_1 , как указано выше, скорость вдоль струй, а $\frac{dz}{df}$ — обратная величина комплексной скорости.

¹ Проф. Н. И. Ахизер, О плоскопараллельном потоке через бесконечную решетку. Научные записки ХАИ, вып. II, стр. 10—11, 1934.

При конформном отображении области G_0 , согласно (2), на внутренность единичного полукруга с разрезом QE плоскости t все остальные области G_i (фиг. 3) будут отображаться на такие же полукруги, но лежащие на других Риманн'овых листах, сшитых вдоль линий $Q_i E$, образуя таким образом многоступенчатую Риманн'ову поверхность. ζ же, рассматриваемая как функция τ , есть периодическая функция с периодом, равным π . Поэтому ζ , рассматриваемая как функция t , должна быть однозначной и регулярной внутри полукруга t , обращаясь в бесконечность только в точке Q . С другой стороны, значения функции ζ на периметре полукруга равны значениям функции ζ на кривых $Q_1 A_1 D_1 I_0$ и $I_0 C_0 B_0 Q_0$ плоскости z (фиг. 1), и так как кривая $Q_1 A_1 D_1 I_0$ вследствие периодичности ζ может быть заменена кривой $Q_0 A_0 D_0 I_{-1}$, то поэтому значения функции ζ на периметре полукруга t совпадают со значениями функции ζ на кривой $I_0 C_0 B_0 Q_0 A_0 D_0 I_{-1}$, т. е. со значениями функции ζ для одного пера решетки. Следовательно, искомая функция $\zeta(t)$ для решетки будет совпадать со значением функции $\zeta(t)$ при обтекании по такой же схеме изолированного пера. Последняя же задача была решена,¹ и функция $\zeta(t)$ найдена.



$$\zeta(t) = i \frac{(t - e^{i\alpha})(t - e^{i\beta})(1 - te^{i\gamma})}{(1 - te^{i\alpha})(1 - te^{i\beta})(t - e^{i\gamma})}. \quad (5)$$

Но так как

$$dz = \frac{1}{V_1} \zeta df = \frac{1}{V_1} \zeta(t) \frac{df}{dt} dt$$

и

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2\pi i} \left\{ \frac{e^{i\delta}}{\left(t + \frac{1}{t}\right) - \left(t_0 + \frac{1}{t_0}\right)} - \frac{e^{-i\delta}}{\left(t + \frac{1}{t}\right) - \left(\bar{t}_0 + \frac{1}{\bar{t}_0}\right)} \right\} \left(1 - \frac{1}{t^2}\right),$$

что на основании (3) может быть переписано так:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 \sin \delta}{\pi} \frac{t^2 - 2t \cos \gamma + 1}{(t - t_0) \left(t - \frac{1}{t_0}\right) (t - \bar{t}_0) \left(t - \frac{1}{\bar{t}_0}\right)} \left(t - \frac{1}{t}\right), \quad (6)$$

то поэтому

$$\frac{dz}{dt} = i \frac{f_0 \sin \delta}{\pi V_1} \frac{t^2 - 2t \cos \gamma + 1}{(t - t_0) \left(t - \frac{1}{t_0}\right) (t - \bar{t}_0) \left(t - \frac{1}{\bar{t}_0}\right)} \left(t - \frac{1}{t}\right) \frac{(t - e^{i\alpha})(t - e^{i\beta})(1 - te^{i\gamma})}{(1 - te^{i\alpha})(1 - te^{i\beta})(t - e^{i\gamma})}$$

¹ И. М. Беленький и И. Е. Зеленский, К обтеканию пластины косым потоком по обобщенной схеме С. Schmieden. ХАИ, стр. 5—6, 1936.

и окончательно так:

$$dz = -i \frac{f_0 \sin \delta}{\pi V_1} e^{-i(\alpha+\beta-\gamma)} \frac{(t^2-1)(t-e^{i\alpha})(t-e^{i\beta})(t-e^{-i\gamma})^2 dt}{t(t-t_0)\left(t-\frac{1}{t_0}\right)(t-\bar{t}_0)\left(t-\frac{1}{\bar{t}_0}\right)(t-e^{-i\alpha})(t-e^{-i\beta})}$$

Заметим, что при $t=0$

$$\zeta = -ie^{i(\alpha+\beta-\gamma)},$$

но на бесконечности за решеткой струя образует угол с осью x -ов, равный

$$\frac{\pi}{2} - \alpha_1,$$

следовательно,

$$\zeta = -ie^{i(\alpha+\beta-\gamma)} = e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)},$$

откуда следует, что

$$\alpha + \beta - \gamma = \pi - \alpha_1. \quad (7)$$

Пользуясь (6), перепишем dz так:

$$dz = i \frac{f_0 \sin \delta}{\pi V_1} e^{i\alpha_1} \frac{(t^2-1)(t-e^{i\alpha})(t-e^{i\beta})(t-e^{-i\gamma})^2 dt}{t(t-t_0)\left(t-\frac{1}{t_0}\right)(t-\bar{t}_0)\left(t-\frac{1}{\bar{t}_0}\right)(t-e^{-i\alpha})(t-e^{-i\beta})},$$

откуда

$$z = M \int \Phi(t) dt + \text{const},$$

где

$$M = i \frac{f_0 \sin \delta}{\pi V_1} e^{i\alpha_1}$$

и

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \frac{(t^2-1)(t-e^{i\alpha})(t-e^{i\beta})(t-e^{-i\gamma})^2}{t(t-t_0)(t-\bar{t}_0)\left(t-\frac{1}{t_0}\right)\left(t-\frac{1}{\bar{t}_0}\right)(t-e^{-i\alpha})(t-e^{-i\beta})} = \\ &= \frac{A}{t} + \frac{B}{t-t_0} + \frac{C}{t-\frac{1}{t_0}} + \frac{D}{t-\bar{t}_0} + \frac{E}{t-\frac{1}{\bar{t}_0}} + \frac{F}{t-e^{-i\alpha}} + \frac{G}{t-e^{-i\beta}}, \end{aligned}$$

а поэтому

$$\begin{aligned} z = M \left\{ A \lg t + B \lg(t-t_0) + C \lg\left(t-\frac{1}{t_0}\right) + D \lg(t-\bar{t}_0) + \right. \\ \left. + E \lg\left(t-\frac{1}{\bar{t}_0}\right) + F \lg(t-e^{-i\alpha}) + G \lg(t-e^{-i\beta}) \right\} + \text{const}. \quad (8) \end{aligned}$$

Коэффициенты A, B, C, D, E, F и G определяются обычным путем и суть функции от α, β, γ и t_0 . Заметим, что параметры f_0 и δ очень просто могут быть выражены через постоянные решетки: шаг ее L и угол ω (фиг. 1). Для этого проинтегрируем $\frac{dz}{dt}$ по замкнутому контуру в плоскости t , охватывающему точку $E(t=t_0)$, против хода часовой стрелки (фиг. 4). При этом мы один раз перейдем через разрез $Q_0 E Q_1$ и, следовательно, окончим наш путь интегриро-

вания на другом Riemann'овом листе. Поэтому, как легко видеть, z получит приращение, равное

$$Le^{i\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)}.$$

С другой стороны, формальное интегрирование выражения

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{df} \frac{df}{dt} = \frac{\zeta(t) f_0 \sin \delta}{V_1} \frac{(t^2 - 1)(t^2 - 2t \cos \gamma + 1)}{\pi t(t - t_0) \left(t - \frac{1}{t_0}\right) (t - \bar{t}_0) \left(t - \frac{1}{\bar{t}_0}\right)}$$

по этому замкнутому контуру согласно с теоремой Cauchy об интеграле по замкнутому контуру дает:

$$\oint \frac{dz}{dt} dt = \frac{\zeta(t_0) f_0 \sin \delta}{V_1} \frac{t_0^2 - 2t_0 \cos \gamma + 1}{(t_0 - \bar{t}_0) \left(t_0 - \frac{1}{t_0}\right)} 2\pi i.$$

Но

$$\zeta(t_0) = \frac{V_1}{V_0} e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_0\right)},$$

где (фиг. 1) α_0 — угол между осью OY и набегающим потоком перед решеткой на бесконечности, а

$$\frac{t_0^2 - 2t_0 \cos \gamma + 1}{(t_0 - \bar{t}_0) \left(t_0 - \frac{1}{t_0}\right)} = \frac{e^{2i\delta}}{e^{2i\delta} - 1} = \frac{e^{i\delta}}{2i \sin \delta},$$

если воспользоваться формулой (3).

Следовательно, мы имеем такое соотношение:

$$Le^{i\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)} = \frac{1}{V_1} \frac{V_1}{V_0} e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_0\right)} \frac{f_0 \sin \delta}{\pi} \frac{e^{i\delta}}{2i \sin \delta} 2\pi i$$

или

$$Le^{i\omega} = \frac{f_0}{V_0} e^{i(\delta - \alpha_0)},$$

откуда имеем, что

$$\begin{aligned} f_0 &= LV_0, \\ \delta &= \omega + \alpha_0. \end{aligned} \quad (9)$$

2. Переходим теперь к вычислению силы, действующей на одно перо решетки.

При этом отметим, что обтекание обеих острых кромок пера создает там бесконечно большие отрицательные давления и бесконечно большие скорости течения; поэтому в дальнейшем все интегралы придется брать в смысле Cauchy, что и будет каждый раз отмечаться звездочкой.

Имеем:

$$P_x = \int_{D_0 A_0 B_0 C_0}^* p \cos(n, x) ds + \int_{C_0 D_0} p_0 \cos(n, x) ds;$$

$$P_y = \int_{D_0 A_0 Q_0 B_0 C_0}^* p \cos(n, y) ds + \int_{C_0 D_0} p_0 \cos(n, y) ds.$$

Здесь через p обозначено давление в некоторой точке омываемого контура пера, а через p_0 — постоянное давление в застойной области и на бесконечности за решеткой. Заметим при этом, что контур интегрирования вследствие периодичности может быть изменен, а именно так:

$$P_x = \int_{D_1 A_1 Q_1 Q_0 B_0 C_0} p \cos(n, x) ds + \int_{C_0 D_0} p_0 \cos(n, x) ds,$$

$$P_y = \int_{D_1 A_1 Q_1 Q_0 B_0 C_0} p \cos(n, y) ds + \int_{C_0 D_0} p_0 \cos(n, y) ds.$$

Но совершенно очевидно, что

$$\cos(n, x) ds = dy \quad \text{и} \quad \cos(n, y) ds = -dx = 0.$$

А потому

$$P_x = \int_{D_1 A_1 Q_1 Q_0 B_0 C_0}^* p dy + \int_{C_0 D_0} p_0 dy,$$

$$P_y = 0.$$

Если теперь воспользоваться теоремой Bernoulli и заменить p через V , то получим, что

$$P_x = \frac{\rho}{2} \int_{D_1 A_1 Q_1 Q_0 B_0 C_0}^* (V_1^2 - V^2) dy + \int_{D_0 A_0 Q_0 B_0 C_0 D_0} p_0 dy.$$

Второй интеграл, очевидно, равен нулю, и мы имеем, что

$$P_x = \frac{\rho}{2} \int_{D_1 A_1 Q_1 Q_0 B_0 C_0}^* (V_1^2 - V^2) dy.$$

Но так как мы положили, что

$$\zeta = V_1 \frac{dz}{df} = \frac{V_1}{u - iv},$$

то поэтому

$$V^2 = V_1^2 \frac{1}{\zeta \bar{\zeta}},$$

где

$$V^2 = u^2 + v^2;$$

кроме того, имеем, что для точек, лежащих на пера,

$$dy = \frac{1}{i} dz$$

и

$$\bar{\zeta} = -\zeta,$$

то поэтому величина P_x может быть представлена так:

$$P_x = \frac{\rho V_1^2}{2i} \int_{D_1 A_1 Q_1, Q_0 B_0 C_0}^* \left(1 - \frac{1}{\zeta \bar{\zeta}}\right) dz = \frac{\rho V_1^2}{2i} \int_{D_1 A_1 Q_1, Q_0 B_0 C_0}^* \left(1 - \frac{1}{\zeta \bar{\zeta}}\right) \frac{dz}{df} df,$$

и, следовательно, окончательно имеем, что

$$P_x = \frac{\rho V_1}{2i} \int_{D_1 A_1 Q_1, Q_0 B_0 C_0}^* \left(\frac{1}{\zeta} - \bar{\zeta}\right) df. \quad (10)$$

Производя вычисление этого интеграла в плоскости t , заметим, что интегрирование нужно произвести вдоль полуокружности $D_1 A_1 Q_1, Q_0 B_0 C_0$ (фиг. 4), причем на диаметре этой полуокружности $C_0 I_0 D_1$ функция $\zeta(t)$ сохраняет постоянное по модулю значение, равное единице. Поэтому $\zeta(t)$ может быть аналитически продолжена через этот диаметр по формуле:

$$\bar{\zeta}(t) = \frac{1}{\zeta(t)}.$$

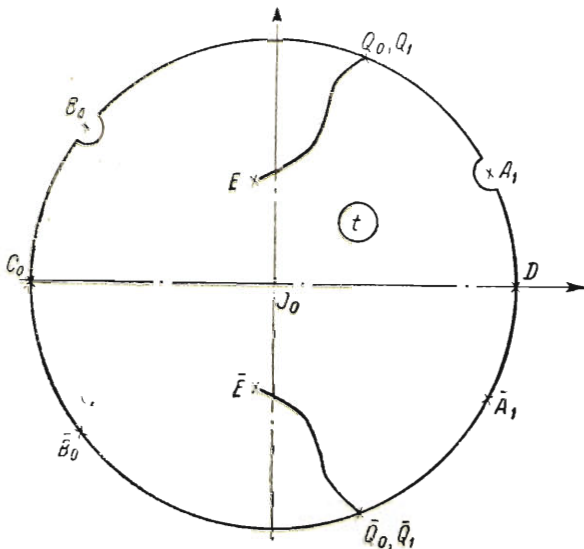
Можно поэтому считать, что $\bar{\zeta}(t)$ формула (10) есть обратное значение функции ζ в сопряженной точке \bar{t} ; кроме того, на $D_1 A_1 Q_1, Q_0 B_0 C_0$ величина df вещественна. Из всего этого следует, что выражение для величины силы P_x , действующей на одно перо решетки, можно представить так:

$$P_x = \frac{\rho V_1}{2i} \oint_K^* \frac{1}{\zeta} df, \quad (11)$$

где контур K есть контур круга (фиг. 5) $D_1 A_1 Q_1 Q_0 B_0 C_0 \bar{B}_0 \bar{Q}_0 \bar{Q}_1 \bar{A}_1 \bar{D}_1$.

Для вычисления интеграла необходимо, очевидно, выразить ζ и df через t , для чего воспользуемся формулами (5) и (6). После элементарных преобразований имеем, что

$$\begin{aligned} P_x &= -\frac{\rho V_1 f_0 \sin \delta}{2\pi} e^{-i\alpha_1} \oint_K \frac{(t^2 - 1)(t - e^{-i\alpha})(t - e^{-i\beta})(t - e^{i\gamma})^2 dt}{t(t - t_0)(t - \bar{t}_0) \left(t - \frac{1}{t_0}\right) \left(t - \frac{1}{\bar{t}_0}\right) (t - e^{i\alpha})(t - e^{i\beta})} = \\ &= -\frac{\rho V_1 f_0 \sin \delta}{2\pi} e^{-i\alpha_1} \oint_K \Psi(t) dt. \end{aligned}$$



Фиг. 5.

Сравнивая функции $\Phi(t)$ и $\Psi(t)$, легко видеть, что коэффициенты их разложений на простейшие дроби будут соответственно сопряженными. Вычисление интеграла в выражении для P_x проще всего сделать, воспользовавшись теоремой Cauchy об интеграле по замкнутому контуру. Имеем, что

$$P_x = -\frac{\rho V_1 f_0 \sin \delta}{2\pi} e^{-i\alpha_1} 2\pi i \left\{ \text{Res } \Psi(0) + \text{Res } \Psi(t_0) + \text{Res } \Psi(\bar{t}_0) + \frac{1}{2} \text{Res } \Psi(e^{i\alpha}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \text{Res } \Psi(e^{i\beta}) \right\} = -\frac{\rho V_1 f_0 \sin \delta}{2\pi} e^{-i\alpha_1} 2\pi i \left(\bar{A} + \bar{B} + \bar{D} + \frac{\bar{F} + \bar{G}}{2} \right),$$

так что имеем выражение для P_x и P_y в таком виде:

$$P_x = -i\rho V_1 f_0 \sin \delta \cdot e^{-i\alpha_1} \left(\bar{A} + \bar{B} + \bar{D} + \frac{\bar{F} + \bar{G}}{2} \right), \\ P_y = 0.$$

Если теперь воспользоваться формулами (9), то получим выражения для P_x и P_y в таком окончательном виде:

$$P_x = -i\rho L V_0 V_1 e^{-i\alpha_1} \sin(\omega + \alpha_0) \left(\bar{A} + \bar{B} + \bar{D} + \frac{\bar{F} + \bar{G}}{2} \right), \quad (12) \\ P_y = 0.$$

В заключение заметим, что предложенная в этой работе схема является наиболее общей из рассмотренных до сих пор схем; так, например, обтекание решетки по схеме Kirchhoff (задача Чаплыгина — Минакова) получается как частный случай при $\alpha = 0$ и $\beta = \pi$ и по (7) $\gamma = \alpha_1$; задача же обтекания решетки по схеме Чаплыгина — Лаврентьева (решенная Н. И. Ахизером) получается при $\beta = \pi$.

ÜBER STRAHLUMSTRÖMUNG EINES UNENDLICHEN GITTERS MIT GERADLINIGEN SCHAUFELN

I. M. BELENKY und J. E. ZELENKY

(Kharkow)

(Zusammenfassung)

In der vorliegenden Arbeit wird die Lösung des Problems der Umströmung eines unendlichen Gitters mit geradlinigen Schaufeln im Falle einer fließenden Umströmung aller scharfen Schaufelkanten mit nachfolgendem Abreißen des Strömungsstrahles von der Oberseite der Schaufeln behandelt. Dieses Umströmungsschema stellt eine Verallgemeinerung aller bisher erhaltenen Problemlösungen dar (Joukowsky, Tschapligin und Minakow, Akhyeser) und darum sind dieselben als Sonderfall zu betrachten.