

ОБЗОРНЫЕ СТАТЬИ

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ КОЛЕНЧАТЫХ ВАЛОВ

С. В. Серенсен (Киев)

I. Коленчатый вал как статически неопределимая система

Расчет многоопорного вала по методу линий влияния, учет деформативности колен по Пфлейдереру. Развитие метода линий влияния в способ коэффициентов влияния Гесснера с составлением уравнений углов поворота. Учет деформаций от передаваемого крутящего момента. Метод расчета Тимошенко как развитие теоремы о трех моментах применительно к коленчатым валам. Составление уравнений углов поворота в двух плоскостях. Сопоставление способов Тимошенко и Гесснера. Действительные условия работы вала и снижение эффекта статической неопределимости. Расчет вала по Девильеру как прямой неразрезной и разрезной балки, дифференциация запасов прочности в зависимости от степени статической неопределимости. Расчет вала как разрезной балки по методу ЦИАМ*. Сопоставление различных методов расчета на примере семиопорного шестиколennого вала. Роль гибкости шек в распределении изгибающих моментов между частями коленчатого вала. Неприменимость расчета как прямой неразрезной балки. Влияние геометрии колена и жесткостей его сечений на работу неразрезного вала. Случаи целесообразности расчета вала как разрезной и неразрезной системы. Критерии опасных положений и роль крутильных колебаний в прочности валов. Выводы.

Обычно в многоцилиндровых рядных моторах коленчатый вал располагается на ряде опор, представляя тем самым статически неопределимую балку с ломаной геометрической осью. Определение лишних неизвестных для такого вала производится методами строительной механики. Наибольшие осложнения в определении лишних неизвестных получаются за счет пространственной конфигурации геометрических осей отдельных частей вала и пространственного расположения приложенных к ним усилий. Наиболее распространенный способ определения опорных реакций многоопорного коленчатого вала заключается в построении линий влияния для опорных реакций и использовании принципа взаимности перемещений¹. Для этого вал освобождается от лишних опор и строятся упругие линии вала для случая приложения силы, равной единице в каждой из удаленных опор. Лишние неизвестные определяются из уравнений принципа взаимности:

$$\left. \begin{aligned} Cy'_c + Dy'_d + \dots &= \sum Py'_i \\ Cy''_c + Dy''_d + \dots &= \sum Py''_i \\ \dots & \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

* Центральный институт авиационного моторостроения.

где C, D — искомые реакции,
 y', y'' — ординаты линий влияния, т. е. прогибы оси от сил, равных единице,
 P — внешние нагрузки.

Число линейных уравнений этого типа соответствует числу лишних неизвестных.

При построении линий влияния как упругих линий вала должны учитываться дополнительные деформации изгиба и кручения шеек колен и кручения шеек. По Пфлейдереру учет дополнительных деформаций шеек колен может быть произведен введением в эпюру приведенной к одной жесткости моментной нагрузки сосредоточенных сил величины:

$$P_k = R \frac{M_{kl}}{J_k},$$

где: R — радиус колена,
 M_{kl} — гнуций его момент,
 J_k — момент инерции поперечного сечения щеки.

Это выражение вытекает непосредственно из величин дополнительного прогиба, вызываемого изгибом:

$$\delta = \frac{aM_{kl}R}{EJ_k},$$

где a — расстояние от опоры до щеки, так как момент от силы P_k на опоре составляет:

$$a \cdot \frac{M_{kl}R}{J_k}.$$

При действии сил перпендикулярно к плоскости колена дополнительные прогибы от кручения шеек учитываются введением в эпюру моментных нагрузок сосредоточенных сил величины:

$$P_k' = \frac{\vartheta R}{E},$$

где ϑ — погонный угол закручивания колена, определяемый по формулам теории упругости в зависимости от формы поперечного сечения.

Наличие сосредоточенных сил в эпюре моментной нагрузки вызывает разрыв в изменении угла наклона касательной к упругой линии. Дополнительные прогибы, возникающие от изгиба шеек перпендикулярно их плоскости и от кручения шатунных шеек, вызывают разрыв в изменении ординат упругой линии. Эти прогибы вычисляются по обычным формулам сопротивления материалов и вводятся как конечный разрыв ординат в упругую линию вала.

Необходимо отметить, что вычисление деформаций элементов колена вала, рассчитанное по его геометрическим осям, не является вполне достоверным, поскольку нейтральная линия в местах перехода шеек в щеки сильно отклоняется от геометрических осей (рис. 1). Поэтому Мейер предложил определять свободную длину щеки по формуле:

$$R_0 = R - \lambda \left(\frac{d}{2} - \frac{d_z}{2} \right),$$

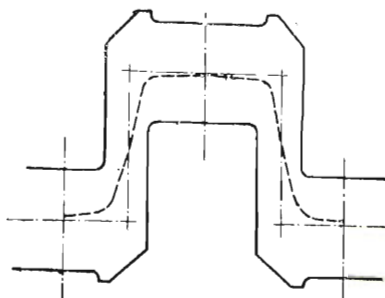


Рис. 1.

где: R — радиус колена,
 d — диаметр коренной шейки,
 d_s — диаметр шатунной шейки,
 γ — коэффициент, принимаемый для обычных конструкций 0,25.

Развитие метода линий влияний для расчета многоопорных коленачатых валов представляет собой система расчета Гесснера². В этой системе расчета производится численное определение коэффициентов влияния для угла поворота от опорных моментов α, β и сил в пролете γ . Обозначив опоры статически неопределимого вала последовательно $A, B, C \dots$ и коэффициенты

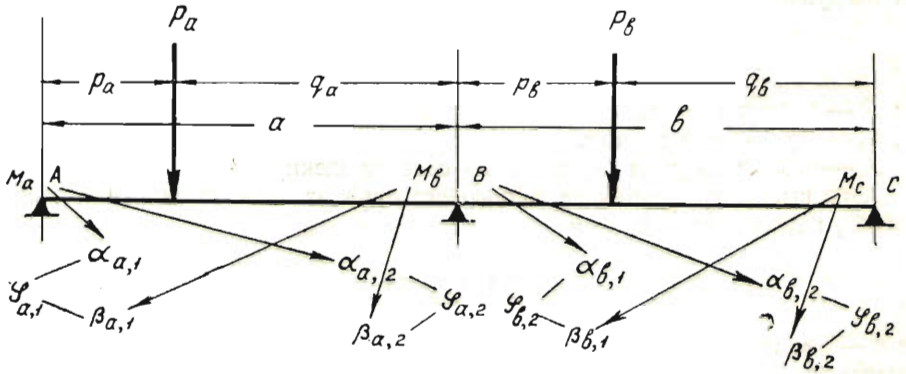


Рис. 2.

влияния согласно рис. 2, имеем следующую систему уравнений углов поворота для определения лишних неизвестных:

$$\left. \begin{aligned} P_a \gamma_{a,2} + P_b \gamma_{b,1} &= M_a \alpha_{a,2} + M_b (\beta_{a,2} + \alpha_{b,1}) + M_c \beta_{b,1} \\ P_b \gamma_{b,2} + P_c \gamma_{c,1} &= M_b \alpha_{b,2} + M_c (\beta_{b,2} + \alpha_{c,1}) + M_a \beta_{c,1} \\ P_c \gamma_{c,2} + P_d \gamma_{d,1} &= M_c \alpha_{c,2} + M_d (\beta_{c,2} + \alpha_{d,1}) + M_e \beta_{d,1} \\ &\dots \dots \dots \\ P_h \gamma_{h,2} + P_i \gamma_{i,1} &= M_h \alpha_{h,1} + M_i (\beta_{h,2} + \alpha_{i,1}) + M_k \beta_{i,1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $P_a, P_b \dots$ — силы в соответствующих пролетах,^Р
 $M_a, M_b \dots$ — опорные моменты.

Каждое из этих уравнений представляет собой равенство углов поворота упругой линии вала на опорах для правого и левого пролета.

Из системы уравнений (2) определяются опорные моменты $M_a, M_b \dots$, а по ним опорные реакции из условий равновесия в пределах двух смежных пролетов:

$$\left. \begin{aligned} R_a &= P_a \frac{q_a}{a} + \frac{M_a}{a} - \frac{M_b}{a} \\ R_b &= P_a \frac{p_a}{a} + P_b \frac{q_b}{b} - \frac{M_a}{a} + M_b \frac{a+b}{ab} - \frac{M_c}{b} \\ &\dots \dots \dots \\ R_h &= P_i \frac{p_i}{i} - \frac{M_i}{i} + \frac{M_k}{i} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В коленчатых валах каждый из коэффициентов влияния определяется деформативностью цилиндрических частей (шеек) и деформативностью щек. Поэтому эти коэффициенты различны для случая действия моментов и сил в плоскости колена и перпендикулярно к ней. В первом случае имеем от деформативности щек коэффициенты влияния:

для опорных моментов λ' и μ' ,

для сил в пролете: ξ' .

Во втором случае (действие моментов и сил перпендикулярно плоскости колена) коэффициенты влияния от деформативности щек обозначаются так:

для опорных моментов: λ'' и μ'' ,

для пролетных усилий: ξ'' .

λ'' , μ'' определяются изгибом щек из плоскости колена и кручением щек (рис. 3а); ξ'' определяются изгибом щек из плоскости, кручением щек и кручением шатунной шейки (рис. 3б).

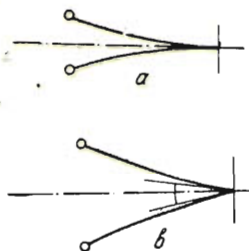


Рис. 3.

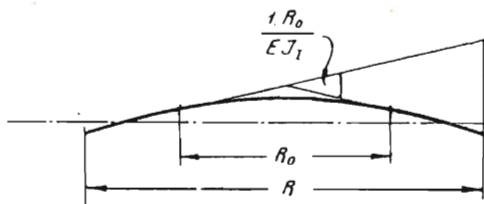


Рис. 4.

Выражения и величины α , β , γ , λ , μ , ξ легко определяются обычными методами и окончательными формулами сопротивления материалов.

Наконец, при передаче крутящего момента через колено должны быть учтены деформации колена из его плоскости под влиянием этих моментов (эти деформации не учитывались обычно при использовании принципа взаимности перемещений). Перемещение одного конца пролета вала относительно другого от этих деформаций состоит из перемещения, вызываемого изгибом щек из плоскости колена, и перемещения от закручивания шатунной шейки. При деформируемой длине щеки R_0 первое от крутящего момента I составляет (рис. 4):

$$\frac{R_0}{EJ_1} \cdot \frac{R}{2} \cdot 2 = \frac{R \cdot R_0}{EJ_1},$$

где J_1 — наибольший момент инерции сечения щеки. Второе составляет:

$$\frac{l_{ш}}{GJ_{ш}} R,$$

где $J_{ш}$ — полярный момент инерции шейки,

$l_{ш}$ — ее деформируемая длина.

Угол поворота пролетного отрезка вала, соответствующий этим перемещениям, составит:

$$\eta_w = \frac{1}{a} \left(\frac{RR_0}{EJ_1} + \frac{Rl_{ш}}{GJ_{ш}} \right).$$

Коэффициенты влияния для угла поворота на опоре от крутящего момента составят:

$$\omega_{a,1} = -\omega_{a,2} = E\eta_w.$$

Уравнения типа (2) приходится составлять отдельно в двух плоскостях — горизонтальной и вертикальной. Соответствующие индексы обозначены v и h .

Количество уравнений, таким образом, удваивается и каждое из них представляет равенство углов поворота на опоре в горизонтальной и вертикальной плоскости.

Суммарные коэффициенты влияния в горизонтальной и вертикальной плоскости получаются разложением действующих моментов в горизонтальной и вертикальной плоскости M_h и M_v на направление плоскости колена и ей перпендикулярное, определением соответствующих коэффициентов влияния λ' , μ' , ξ' , λ'' , μ'' , ξ'' в этих плоскостях и потом проектированием этих коэффициентов, как углов поворота, снова на горизонтальную и вертикальную плоскость. В результате они выражаются для пролета a так (обозначив угол наклона колена пролета a к горизонтальной плоскости φ_a):

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{(a,2)h} &= \gamma_{a,2} + \xi'_{a,2} \cos^2 \varphi_a + \xi''_{a,2} \sin^2 \varphi_a \\ \xi_{a,2} &= (\xi'_{a,2} - \xi''_{a,2}) \sin \varphi_a \cos \varphi_a \\ \gamma_{(a,2)v} &= \gamma_{a,2} + \xi'_{a,2} \sin^2 \varphi_a + \xi''_{a,2} \cos^2 \varphi_a \\ \alpha_{(a,2)h} &= \alpha_{a,2} + \lambda'_{a,2} \cos^2 \varphi_a + \lambda''_{a,2} \sin^2 \varphi_a \\ \lambda_{a,2} &= (\lambda'_{a,2} - \lambda''_{a,2}) \sin \varphi_a \cos \varphi_a \\ \alpha_{(a,2)v} &= \alpha_{a,2} + \lambda'_{a,2} \sin^2 \varphi_a + \lambda''_{a,2} \cos^2 \varphi_a \\ \beta_{(a,2)h} &= \beta_{a,2} + \mu'_{a,2} \cos^2 \varphi_a + \mu''_{a,2} \sin^2 \varphi_a \\ \mu_{a,2} &= (\mu'_{a,2} - \mu''_{a,2}) \sin \varphi_a \cos \varphi_a \\ \beta_{(a,2)v} &= \beta_{a,2} + \mu'_{a,2} \sin^2 \varphi_a + \mu''_{a,2} \cos^2 \varphi_a \\ \omega_{(a,2)h} &= \omega_{a,2} \sin \varphi_a \\ \omega_{(a,2)v} &= \omega_{a,2} \cos \varphi_a \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Уравнения углов поворота (2) в этом случае напишутся так:

$$\left. \begin{aligned} P_{a,h} \gamma_{(a,2)h} + P_{a,v} \xi_{a,2} + P_{b,h} \gamma_{(b,1)h} + P_{b,v} \xi_{b,1} + M_{t,a} \omega_{(a,2)h} - \\ - M_{t,b} \omega_{(b,1)h} = M_{a,h} \alpha_{(a,2)h} + M_{a,v} \lambda_{a,2} + M_{b,h} [\beta_{(a,2)h} + \alpha_{(b,1)h}] + \\ + M_{b,v} (\mu_{a,2} + \lambda_{b,1}) + M_{c,h} \beta_{(b,1)h} + M_{c,v} \mu_{b,1}; \\ P_{a,h} \gamma_{a,2} + P_{a,v} \gamma_{(a,2)v} + P_{b,h} \xi_{b,1} + P_{b,v} \gamma_{(b,1)v} - M_{t,a} \omega_{(a,2)v} + \\ + M_{t,b} \omega_{(b,1)v} = M_{a,h} \lambda_{a,2} + M_{a,v} \alpha_{(a,2)v} + M_{b,h} (\mu_{a,2} + \lambda_{b,1}) + \\ + M_{b,v} [\beta_{(a,2)v} + \alpha_{(b,1)v}] + M_{c,h} \mu_{b,1} + M_{c,v} \beta_{(b,1)v} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Эти уравнения и являются основными расчетными по методу Гесснера. Коэффициенты влияния α , β , γ , ξ , λ , μ и ω определяются для каждой плоскости по выражениям (4). Количество уравнений системы (5) равно удвоенному количеству промежуточных опор.

Вычисление коэффициентов влияния и решение системы уравнений (5) представляет кропотливую работу, отнимающую большое количество времени. Преимущество этого метода перед методом построения линий влияния и использования принципа взаимности заключается в том, что при расчете одной и

той же конструкции вала на различные нагрузки раз вычисленные коэффициенты влияния не требуют повторного вычисления и могут сразу подставляться в уравнение (5). При расчете вала в различных положениях в выражении (4) меняются только значения угла.

Несколько отличный от предыдущего метод расчет многоопорного коленчатого вала дан С. П. Тимошенко.³ Основные зависимости этого метода получены как развитие теоремы о трех моментах в применении к коленчатому валу с учетом всех его деформаций. Определение углов поворота на опорах по этому методу ведется в плоскости колена и перпендикулярно плоскости колена. От силы в плоскости колена P и опорного момента в той же плоскости на левой опоре m углы поворота на опорах двухопорного вала составят:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= m\lambda' + P\xi' \\ \varphi_2 &= -m\mu' - P\xi' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где λ , μ , ξ — те же коэффициенты влияния, аналогичные коэффициентам способа Гесснера.

От усилий, перпендикулярных плоскости колена (силы S и момента M), углы поворота опорных сечений в этой плоскости составят:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= M\lambda'' - S\xi'' \\ \psi_2 &= -M\mu'' + S\xi'' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Что касается деформаций от крутящих моментов M_t , то они рассматриваются для двух случаев. Если коренные шейки вала свободно оперты, то общий угол закрутки пролета вала составляет:

$$\theta = 2\theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3,$$

где θ_1 — угол закручивания коренных шеек,
 θ_2 — угол закручивания шатунной шейки,
 θ_3 — угол закручивания от изгиба шеек.

Коэффициент влияния для угла закручивания от M_t в этом случае составит $\omega = \frac{M_t}{\theta}$.

При кручении моментом M_t возникают углы поворота опорных сечений в результате изгиба. Эти углы поворота вычисляются по деформациям изгиба, возникающим в коленах от передачи крутящего момента, и дают коэффициент влияния от M_t для угла поворота касательной к упругой линии в плоскости, перпендикулярной к плоскости колена ω , таким образом:

$$\psi = M_t \omega. \quad (8)$$

Если коренные шейки вала считать защемленными, то углы $\psi = 0$, но при этом на опорах возникают реактивные моменты M от передачи крутящего момента, составляющие:

$$M = \frac{M_t \omega}{\lambda'' - \mu''}.$$

Угол закрутки пролета вала составит в этом случае:

$$\theta_1 = \theta - 2\theta_0,$$

где θ — угол закрутки свободно опертого вала, а θ_0 — увеличение его от моментов M ($\theta_0 = M\omega$ из принципа взаимности). Сопоставление θ с θ_1 дает

возможность оценить влияние защемления шеек на приведенные длины при расчете частот крутящих колебаний коленчатых валов.

Имея выражения (6), (7) и (8), можно составить выражения для полных углов поворота с левой и правой стороны каждой опоры в плоскостях соответствующих колен левого и правого пролета от опоры. Эти углы обозначаются для левой стороны φ_i^l, ψ_i^l , для правой стороны φ_i^r, ψ_i^r . Для того, чтобы теперь написать уравнения непрерывности упругой линии на опорах, необходимо спроектировать их на одну плоскость. Проекция на плоскость колена в левом пролете и проекция на плоскость, ей перпендикулярную, дают:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i^l &= \varphi_i^r \cos \gamma_i + \psi_i^r \sin \gamma_i \\ \chi_i^l &= -\varphi_i^r \sin \gamma_i + \psi_i^r \cos \gamma_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где γ_i — угол между плоскостями колен в двух смежных пролетах у опоры i .

Подставляя в уравнение (9) выражения для углов поворота (6) и (7), полагая все колена одинаковыми, получим два уравнения для четырех опорных моментов $M_i^r, M_i^l, m_i^r, m_i^l$. Два других уравнения получаются из условия равновесия этих моментов в двух плоскостях:

$$\left. \begin{aligned} M_i^l + M_i^r \cos \gamma_i - m_i^r \sin \gamma_i &= 0 \\ m_i^l + M_i^r \sin \gamma_i - m_i^r \cos \gamma_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Из последней системы уравнений m_i^l и m_i^r могут быть выражены через M_i^l и M_i^r , и тогда система уравнений (9) дает для каждой опоры два уравнения, в которые войдут искомые опорные моменты M для этой опоры (i) и двух соседних ($i-1$) и ($i+1$), так как углы φ и ψ на опоре (i) выразятся так:

$$\begin{aligned} \varphi_i^l &= m_i^l \lambda' - m_{i-1}^r \mu' - P_{i-1} \xi' \\ \varphi_i^r &= m_i^r \lambda' - m_{i+1}^l \mu' + P_i \xi' \\ \psi_i^l &= M_i \lambda'' - M_{i-1}^r \mu'' + S_{i-1} \xi'' + M_{t, i-1} \\ \psi_i^r &= M_i^r \lambda'' - M_{i+1}^l \mu'' - S_i \xi'' + M_{t, i} \omega. \end{aligned}$$

Уравнения (9) после подстановки в них вышеприведенных выражений φ и ψ и исключения моментов m дадут следующие уравнения, связывающие M_{i-1} , M_i^l и M_{i+1} :

$$\left. \begin{aligned} LM_{i-1}^l + TM_{i-1}^r + UM_i^l + FM_i^r + KM_{i+1}^l + OM_{i+1}^r &= \\ &= P_{i-1} \xi' + P_i \xi' (\cos \gamma_i - S_i \xi'' + (M_t)_i \omega \sin \gamma_i \\ IM_{i-1}^r + tM_i^l + uM_i^r + fM_{i+1}^l + KM_{i+1}^r &= \\ &= \omega(M_t)_{i-1}^l + (M_t)_i \omega \cos \gamma_i - S_{i-1} \xi_i'' - S_i \xi_i'' \cos \gamma_i - P_i \xi' \sin \gamma_i \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где L, T, U, \dots и l, t, u, \dots являются выражениями, зависящими от коэффициентов влияния λ, μ, ξ и углов наклона колен друг к другу.

Эти уравнения (11) являются аналогичными уравнению трех моментов при расчете балок и валов с прямой осью. Так же, как и в способе Гесснера, для определения опорных моментов получается количество уравнений, равное удвоенному количеству промежуточных опор вала.

Отличие способа Тимошенко от способа Гесснера заключается в том, что в первом способе определение коэффициентов влияния и опорных моментов производится в плоскостях колен и им перпендикулярных, в то время

как во втором эти величины проектируются на вертикальную и горизонтальную плоскости координат. Количество расчетной работы по обоим способам одинаково, способ Гесснера несколько удобнее благодаря большой механичности вычислений. Кроме того в способе Тимошенко необходимо дополнительное разрешение уравнений (10) для определения изгибающих моментов m , в то время как по Гесснеру сразу получаются два компонента изгибающего момента в двух плоскостях.

Практика конструирования и расчета коленчатых валов значительно упростила описанные выше теоретически точные, но громоздкие методы расчета многоопорных коленчатых валов. Эти упрощения являются возможными благодаря ряду эксплуатационных факторов, определяющих напряженность и прочность вала. Благодаря неравномерному износу подшипников и перемещениям их относительно друг друга в результате деформации картера или станины получается перераспределение величин опорных реакций. Понижение пролетных моментов за счет возникновения опорных от неразрезности ослабляется, т. е. пролетные моменты возрастают, приближаясь к значениям для разрезного вала. В примере, приведенном у Девильера,⁴ износ подшипника в автомобильном двигателе на 0,8 мм полностью уничтожает влияние неразрезности на величины пролетных моментов и опорных реакций. В примерах, приведенных у Гесснера,² в трехопорном одноколенчатом вале дизеля опускание средней опоры на 1 мм в вертикальной плоскости машины, при пролете между крайними коренными подшипниками около 2 м, также полностью уничтожает эффект статической неопределимости. Там же приведенный расчет для двухколенчатого и четырехколенчатого вала дизеля показал, что понижение промежуточной между коленами опоры на 1 мм вызывает повышение реакции в другом промежуточном подшипнике на 60%.

Таким образом является вопрос о целесообразности расчета вала, как статически неопределимой системы. Девильер⁴ рекомендует принимать при расчете вал за разрезной и лишь в исключительных случаях учитывать неразрезность, считая коленчатый вал валом с прямой осью и постоянного сечения. При расчете вала как разрезного оказываются, однако, преуменьшенными величины опорных реакций в промежуточных опорах против величин, имеющих место для неразрезного вала. Поэтому рекомендуется понижать для них допускаемые давления и напряжения в коренных шейках. Этим предусматривается возможность работы вала как статически определимой, так и неопределимой системы.

Характерной для сопоставления напряженности при различной степени статической неопределимости является таблица допускаемых напряжений для различных элементов вала при разном количестве промежуточных опор, приведенная у Девильера. В первом опасном положении рекомендуется принимать следующие величины максимальных редуцированных напряжений при расчете вала как разрезного.

При расположении каждого колена между подшипниками:

в шатунной шейке	15 кг/мм ²
в щеке	14 "
в коренной шейке	6 "

При расположении каждых двух рядом лежащих колен между опорами:

в шатунной шейке	24 кг/мм ²
в щеке	15 "
в коренной шейке	13 "

Понижение статической неопределимости примерно вдвое позволяет повысить допускаемые напряжения в 1,5—2 раза, несмотря на то, что вал

и в том и в другом случае принимается при расчете как статически определимый.

В курсе расчета авиационных моторов И. Ш. Неймана и А. П. Островского⁶ расчет многоопорного вала производится, как разрезной системы. При этом коренная шейка принимается балкой, свободно опертой на щеки как на опоры и нагруженной посередине опорной реакцией. Такой прием имеет целью учесть влияние на напряженность коренной шейки усилий на правое и левое колено около рассчитываемой шейки. Расчет, произведенный по этому способу для ряда валов авиационных моторов, дал следующий диапазон редуцированных (по Сен-Венану) напряжений в отдельных частях вала:

в шатунных шейках	11—13	кг/м.м ²
в щеках	15—20	"
в коренных шейках	6—8	"

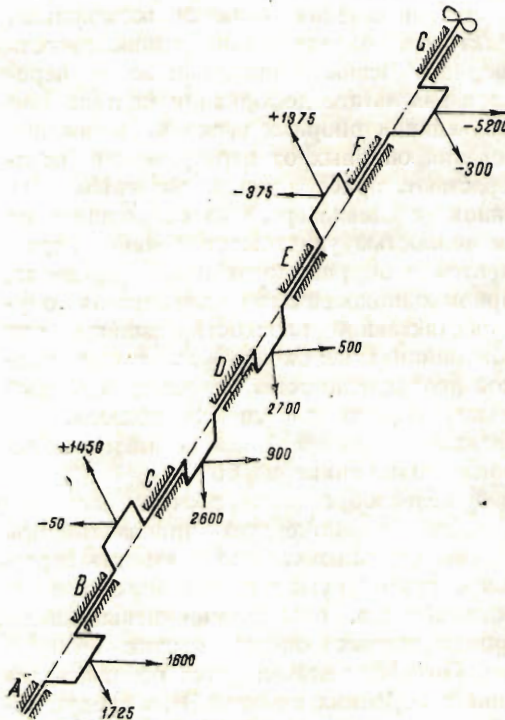


Рис. 5.

Для иллюстрации различных упрощающих предположений при расчете многоопорных валов ниже сопоставлены результаты расчета для наиболее нагруженного колена семиопорного шестиколеначатого вала (несколько отличного по расположению колен от обычного вала авиамотора), изображенного на рис. 5. Способы расчета и величины изгибающих моментов для щеки, шатунной и коренной шейки, полученные по ним, приведены в табл. 1.

Из таблицы видно, что расчет статически неопределимого вала как балки постоянного сечения дает преувеличение величин изгибающих моментов, достигающее 15%. Это расхождение является следствием влияния повышенной гибкости коленачатого вала и дополнительного изгиба от крутящих моментов, который совершенно не учитывается при расчете вала как прямой балки. Понижение статической неопределимости вала, путем отбрасывания ряда пролетов, при расчете по способу Тимошенко (и Гесснера) дает небольшой рост отклонений от точного расчета, и учет только трех пролетов дает вполне удовлетворительную точность. Расчет вала как разрезного дает значительное преувеличение изгибающих моментов для ша-

Величины напряжений, полученные таким условным расчетом, показывают большую разницу в запасах прочности различных частей вала.

Промежуточным методом между расчетом коленачатого вала как полной статически неопределимой системы на всех опорах и расчетом его как разрезного является предложение Диллера.⁶ Согласно этому приближенному методу действие каждой силы принимается распространяющимся только на 3 или 2 пролета (у концов), благодаря чему при определении лишних неизвестных приходится решать задачи однажды и дважды статически неопределимые. Решение этих задач может быть упрощено при помощи графиков и номограмм.

Таблица 1

Способ расчета	Изгиб. момент на шатунной шейке кг·см	% отклон.	Изгиб. момент на коренной шейке кг·см	% отклон.	Изгиб. момент на щеке кг·см	% отклон.
1. Расчет по Гесснеру, загружены и работают все пролеты . .	18 200	0,0	10 500	0,0	5 630	0,0
2. Расчет по Гесснеру, работают все пролеты, загружен один	18 300	+0,55	10 570	-1,2	5 530	+3,8
3. Расчет по Гесснеру, работают и загружены три пролета	18 100	-0,55	11 250	+7,1	4 900	-8,0
4. Расчет по Гесснеру, работают и загружены два пролета	17 600	-3,3	11 900	+13,3	3 950	-26,0
5. Расчет по Девильеру, работают и загружены все пролеты (неразр.)	18 400	+1,1	11 800	+12,4	5 110	-4,1
6. Расчет по Девильеру, работают и загружены два пролета (неразр.)	18 250	+0,27	10 720	+2,1	4 990	-6,4
7. Расчет, как разрезной балки	23 400	+28,0	8 875	-17,4	12 580	+136
8. Расчет, как разрезной балки по Нейману (ЦИАМ)	23 400	+28,0	7 900	-24,8	12 580	+136

тунной шейки и щеки, примерно на столько же преуменьшая изгибающий момент для коренной шейки. Несколько подымает этот момент расчет по Островскому (ЦИАМ), учитывающий нагрузку на коренную шейку от двух рядом лежащих колен. Сопоставление перераспределения величин моментов в шейках и щеках вала, в связи с расчетом его как неразрезной и разрезной системы, с величинами допускаемых напряжений, приведенных на стр. 115, показывает, что при расчете вала по способу Тимошенко допускаемые напряжения во всех частях значительно выравниваются.

Распределение опорных и пролетных моментов вдоль вала дано на рис. 6, где одновременно приведены графики для моментов, рассчитанных по способу Тимошенко, от всех действующих усилий, для расчета как прямой балки (Девильер) и для случая изгиба только крутящими моментами. Графики показывают значительное влияние крутящих моментов на изгиб, они дают около 20% от общего изгибающего момента. Расчет вала как прямой балки дает в общем тот же характер изменения опорных моментов, но величина их оказывается меньше.

Для выяснения роли геометрии колен и соотношения жесткостей их элементов в перераспределении изгибающих моментов в вале был произведен ряд сравнительных расчетов для предельно возможных соотношений геометрических размеров колен. Расчеты произведены по методу Тимошенко для отрезка рассмотренного выше коленчатого вала между опорами 4—7 при действии на него всех усилий. Повышение гибкости пролета за счет сосредоточивания колена к середине пролета и развития длины щек вызывает рост опорных моментов, так как падает пролетный момент, и несение изгибающей нагрузки переносится на коренные шейки. Работа колена приближается к работе двух консольных балок, закрепленных в коренных шейках и связанных шарнирно по шатунной шейке. При этом большой рост опорных моментов получается в первом

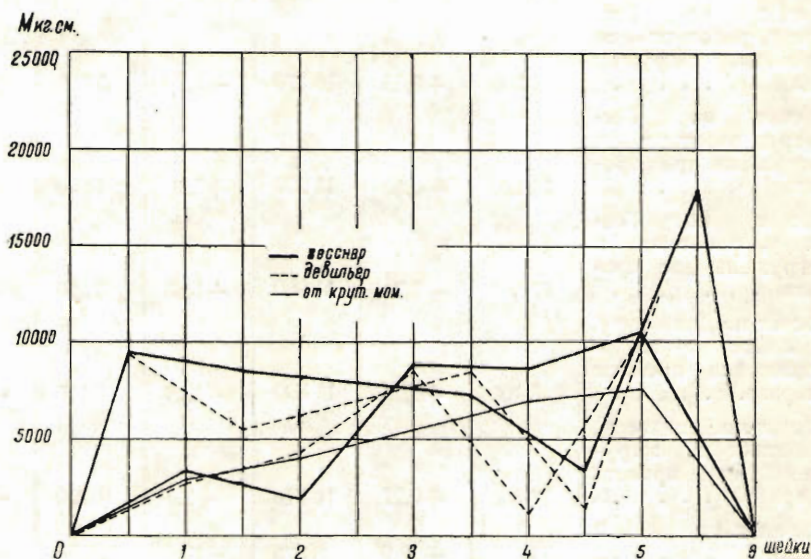


Рис. 6.

опасном положении, так как в этом положении действуют большие радиальные силы. Пролетные моменты с ростом опорных падают. Таким образом, промежуточное между предельными соотношение геометрических размеров колена является более благоприятным в смысле равномерности распределения изгибающих моментов между элементами вала. Стремление удлинить шатунную шейку вызывает необходимость понизить удельное давление на нее. Это удлинение влечет за собой, при сохранении жесткости щек, повышение жесткости вала и рост изгибающего момента на шатунной шейке в неразрезном вале. При рассмотрении вала как разрезного изгибающие моменты не будут меняться с изменением геометрических размеров колена, однако работа вала в действительности будет зависеть от жесткостей отдельных его частей.

Для иллюстрации влияния жесткостей щек и шеек на распределение и величины изгибающих моментов на 3-коленном отрезке вала той же конфигурации был произведен сравнительный расчет для двух случаев предельного соотношения жесткостей. В одном (случай 1-й) были приняты абсолютно жесткими коренные и шатунные шейки, в другом (случай 2-й) — абсолютно жесткими щеки колен. Повышение жесткости шеек повышает величины опорных моментов при одновременном понижении пролетных. Этот случай аналогичен случаю весьма гибкого колена. Повышение жесткости плеч приближает

коленчатый вал к балке с прямой осью и опорные моменты снижаются. Обычно принимаемые соотношения жесткостей дают распределение моментов, близкое к случаю первому. Это определяется необходимостью возможно большего удлинения шеек и, тем самым, осуществления тонких щек малой жесткости.

Микулиным и Орлиным⁷ был произведен расчет влияния утонения щеки с одновременным увеличением ее ширины (за счет придания эллипсоидной формы) на среднее давление в шатунном подшипнике и на вес щеки вала авиационного мотора. Предельным утонением щеки (обеспечивающим необходимую прочность) можно понизить удельное давление в шатунной шейке на 28%, незначительно увеличив вес щеки. При отношении толщины щеки к ширине 1:6 получается понижение давления на 15% и минимальный вес щеки. В этом анализе, однако, не учтен рост опорных моментов с повышением гибкости щек при работе вала как статически-неопределимой системы.

Благодаря сложности конфигурации коленчатого вала и переменности действующих на него усилий не представляется возможным аналитически выразить влияние конфигурации вала на напряженность его частей. Ряд сравнительных расчетов, отдельные результаты которых приведены выше, показывает, что работа вала как неразрезной системы значительно больше отличается от работы его в предположении разрезности, чем это имеет место у прямых валов.

При жестких щеках колен и мощных опорах вала должен оправдывать себя расчет вала как неразрезной балки с ломаной средней линией. Такие валы характерны для больших стационарных машин. Расчет такого вала как разрезного дает преуменьшенные моменты для коренных шеек. При валах с максимально развитыми в длину шатунами и шейками в целях снижения KV у быстроходных моторов жесткость щек является незначительной, вал имеет незначительную общую жесткость изгиба и, обладая кроме того обычно опорными частями небольшой жесткости, может работать как разрезная балка. Для таких валов должен оправдывать себя расчет как разрезной системы. Однако преуменьшение при этом изгибающих моментов на опорных шейках, особенно значительное в таких валах, требует понижения допускаемых напряжений для них, а для щек наоборот. Заключение Девильера,⁴ что расчет коленчатого вала как разрезного идет в запас прочности, является справедливым лишь для шатунных шеек и щек, но не для коренных шеек. Также следует ограничить принятое им заключение о целесообразности в исключительных случаях расчета вала как неразрезной прямой балки. Этот способ дает отклонения от работы коленчатого вала как неразрезной системы, достигающие десятков процентов.

Что касается так называемых опасных положений, то они обычно принимаются для случая наибольшей радиальной силы на колено и наибольшей тангенциальной. При более подробных расчетах производится полный подсчет всех напряжений (как в разрезном валу) через каждые 10—15° и тем самым устанавливается положение вала, соответствующее наибольшей напряженности отдельных элементов. В случае расчета вала как статически-неопределимой системы этот путь требует большого объема расчетной работы, и приходится ограничиваться вероятными положениями, соответствующими наибольшей напряженности частей вала.

Важным фактором прочности коленчатого вала является влияние крутильных колебаний. Эти колебания вызывают крутящие моменты, в несколько раз превосходящие средний крутящий момент двигателя, моменты, изменяющиеся с высокой частотой собственных колебаний системы. Приобретая наибольшее значение в узлах вибрирующей системы, эти моменты вызывают систематические поломки в частях вала, обычно не наиболее напряженных по стати-

ческому расчету. На рис. 7 представлена статическая диаграмма мест поломок коленчатых валов авиамоторов по данным Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt.⁸ Согласно диаграмме 55% поломок происходит на первой (считая от винта) и второй коренной шейке, т. е. именно в зоне узла крутильных колебаний. В расчете прочности этот фактор должен быть принят как один из основных (это освещено в следующем разделе II). Статическая неопределенность на его действие существенного влияния не оказывает.

Резюмируя вышеприведенное, следует отметить следующее:

а) Выгода статической неопределенности многоопорного расположения в коленчатых валах ниже, чем в прямых, даже в условиях идеальной работы. Причиной этого является большая гибкость пролетных частей коленчатых валов, благодаря деформативности шеек и перегрузки, в связи с этим, коренных шеек изгибающимися моментами, по сравнению с шатунными.

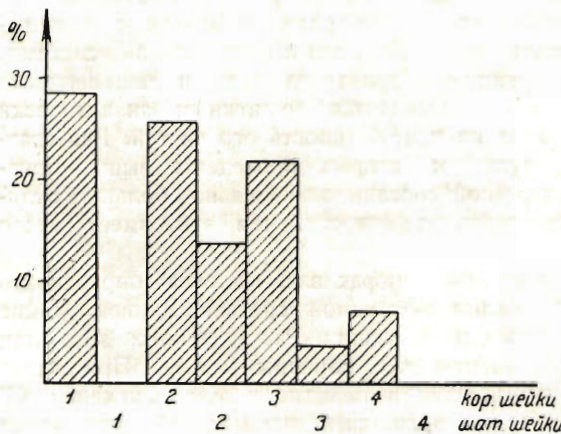


Рис. 7.

б) Монтажные и эксплуатационные смещения опор, износ подшипников, деформации картера и другие причины, при малой величине пролетов между опорами, превращают работу многоопорного вала в работу вала разрезного и могут перегружать его еще больше. На валах с жесткими щеками это сказывается сильнее из-за общей повышенной жесткости вала.

На валах с гибкими щеками (быстроходных двигателей, в особенности авиационных) эффект смещений опор хотя и слабее, но самое влияние неразрезности на величины максимальных моментов в них также меньше.

в) При стремлении использовать статическую неопределенность для разгрузки коленчатого вала целесообразно повышать жесткость шеек и обеспечить правильную работу опор (стационарные двигатели). В конструкциях, где обеспечить надлежащую работу опор затруднительно, где компактность общих габаритов и стремление понизить КВ на шейках являются основными требованиями (легкие быстроходные двигатели транспорта), целесообразно понижать жесткость шеек, чтобы осуществить лучшую приспособляемость вала к износу и смещениям опор. В этом случае оправдывает себя расчет вала как разрезной системы, но с поправкой на недогрузку коренных шеек при таком расчете.

г) Расчет вала как статически неопределимой системы следует производить по методу Гесснера или Тимошенко, учитывающему ломаность средней линии вала и переменность жесткостей сечений. При расчете достаточно ограничиваться распространением действия усилий на три смежных пролета, ограничивая таким образом задачу нахождением одновременно не более четырех неизвестных. Учет влияния крутящего момента на изгиб должен безусловно производиться, причем принятие коренных шеек заземленными будет в запас прочности, повышая опорные изгибающие моменты. Упрощенный расчет правильнее производить по методу, принятому в ЦИАМ, как более правильно учитывающему нагрузку коренных шеек.

II. Напряженность элементов коленчатого вала *

Расчет напряжений в частях вала по формулам сопротивления материалов. Сопоставление с опытными данными. Концентрация напряжений у входящих углов; опытные данные Ретшера и Гейгера. Расчетные формулы Фишера. Опытные данные по понижению усталостной прочности под влиянием концентрации напряжений при изгибе, смягчение эффекта концентрации по данным Петерсона. Расчет действительных напряжений при кручении, характер и величина концентрации напряжений в местах изменения поперечного сечения. Графоаналитическое решение Виллерса, нумерический метод Тома, аналитический способ Бермана приближенного удовлетворения контуру, развитие решения Зонтага в применении к полым валам с различной конфигурацией переходных гальтелей. Влияние на коэффициент концентрации соотношения размеров поперечного сечения (внутреннего и внешнего диаметра, размеров переходной гальтели). Смягчение концентрации напряжений при кручении под колебательной нагрузкой; данные Армбрустера и опытов Института строительной механики. Концентрация напряжений у отверстий для смазки, решение Феппла.

Напряжения от действующих нагрузок в отдельных частях вала принято определять по обычным формулам сопротивления материалов, деля изгибающие и крутящие моменты на соответствующие моменты сопротивления.

Ввиду сложности действительной конфигурации вала, наличия на нем входящих углов с большой кривизной, действительное распределение напряжений в нем как при изгибе, так и при кручении отличается от элементарных предположений сопротивления материалов.

Измерения напряжений, произведенные Гейгером ⁹ на валу дизельмотора (рис. 8), показали, что напряжения в месте перехода шатунной шейки на щеку (входящий угол) на 30% больше рассчитываемых по обычным формулам. База примененных при этом тензометров составляла около 15 мм; поэтому максимум напряжений не мог быть измерен.

Измерения напряжений на плоской модели были произведены Крумбигелем. ¹⁰ Согласно результатам (рис. 9) напряжения как в щеках, так и в шейках довольно точно соответствуют рассчитываемым по гипотезе плоских сечений сопротивления материалов (на чертеже сплошные линии — измеренные напряжения, пунктирные — рассчитанные). Но и в этом случае база тензометров не была достаточно малой, чтобы измерить эффект концентрации напряжений. Таким образом, приведенные выше опытные данные не дают представления о максимальных напряжениях изгиба, действующих в переходных местах.

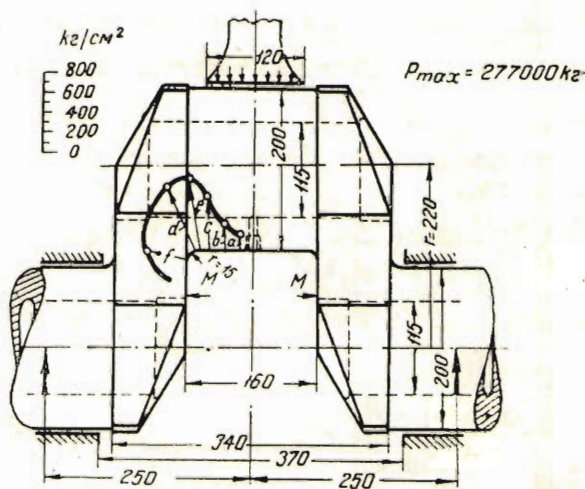


Рис. 8.

* В вычислении графиков и примеров этой статьи принимали участие сотрудники Ин-та строительной механики ВУАН Л. С. Ямпольский и В. М. Бахарев.

Для приближенного расчета напряжений в этих местах в настоящее время могут быть использованы результаты оптического измерения напряжений. Для случая перехода с одного диаметра на другой на рис. 10 приведены графики Тимошенко и Диц, ¹¹ для коэффициента концентрации напряжений изгиба в зависимости

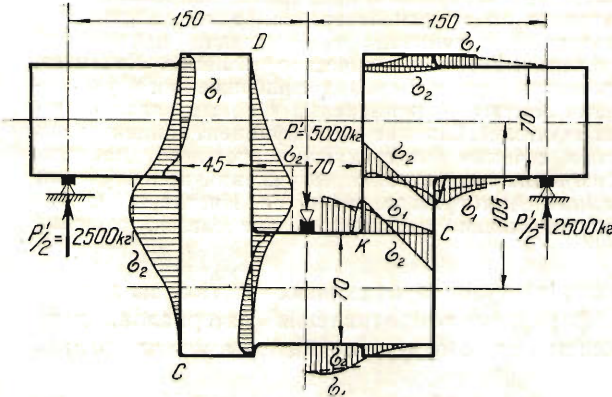


Рис. 9.

от параметров перехода $\frac{d}{D}$ и $\frac{b}{d}$. В коленчатых валах авиационных моторов, например,

$$\frac{d}{D} \geq 0,9, \quad \frac{b}{d} = 0,10 \div 0,02,$$

что соответствует коэффициентам концентрации $\alpha_k = 2,0 \div 3,0$.

Для случая перехода с шейки на щеку могут быть использованы для определения α_k данные оптического

измерения напряжений при чистом изгибе для входящих углов Кетенакера и Курцхалс, ¹² приведенные на рис. 11, в зависимости от $\frac{p}{h}$, где h соответствует диаметру шейки, p — радиусу закругления перехода. В коленчатых валах авиамоторов $\frac{p}{h} = 0,10 \div 0,02$, что соответствует $\alpha_k = 3,0 \div 4,5$. Зна-

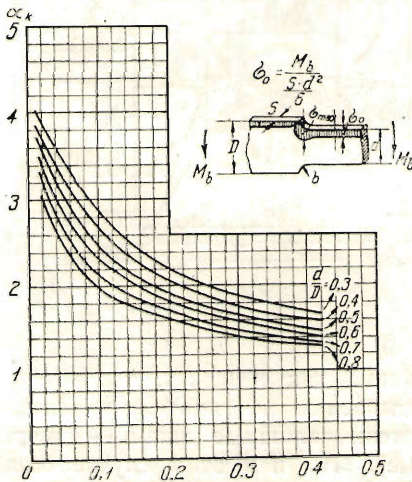


Рис. 10.

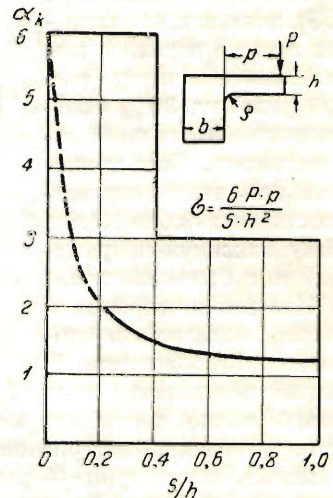


Рис. 11.

чительность этих величин указывает на важную роль напряжений изгиба и входящих углов вала.

Фишером предложен приближенный способ определения максимальных напряжений при изгибе балок с резким изменением контура продольного

сечения. Действительная диаграмма распределения напряжений по поперечному сечению (рис. 12а) заменяется диаграммой, состоящей из трех треугольников (рис. 12б) с площадями F_1 , F_2 и F_3 . Из условий равенства нулю равнодействующей по сечению силы:

$$F_1 = F_2 + F_3.$$

Из условия равновесия моментов сил внешних и внутренних:

$$M_b = bF_1 \frac{2}{3} y +$$

$$+ bF_2 \frac{2}{3} (h_k - y) + bF_3 (h_k - y)$$

(величиной y_0 по сравнению с $h_k - y$ можно пренебречь). Номинальное напряжение изгиба в нетто сечении составит:

$$\sigma_b = \frac{6M_b}{bh^2}.$$

Случай перехода с шейки на щеку представляет собой случай несимметричный по сравнению со случаем симметричной выточки рис. 12б, рассмотренным Фишером. Однако распределение напряжений для несимметричного случая тоже может быть так же упрощено. Это приблизительно соответствует данным оптического метода и приближенному решению Поша. Поэтому ниже даны зависимости, полученные, исходя из такого упрощения, для напряжений у перехода шейки на щеку.

Используя два вышеуказанных равенства для M_b и F , получим:

$$\sigma_b = \frac{6}{h_k^2} \left[\frac{2}{3} F_2 h_k + F_3 \left(h_k - \frac{1}{3} y \right) \right]. \quad (12)$$

Согласно рис. 12б имеем:

$$F_1 = \frac{\sigma}{2} y, \quad F_2 = \frac{\sigma'}{2} (h_k - y), \quad F_3 = F_1 - F_2;$$

кроме того:

$$\sigma' = \frac{\sigma}{y} (h_k - y),$$

так что:

$$F_2 = \frac{\sigma'}{2} (h_k - y) = \frac{\sigma}{2} \frac{(h_k - y)^2}{y}$$

$$F_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{\sigma'}{2} (h_k - y) = \frac{\sigma}{2} \left[y - \frac{(h_k - y)^2}{y} \right].$$

Подставляя в (12), получим:

$$\sigma_b = \sigma \left\{ 2 \frac{h_k}{y} \left(\frac{h_k - y}{h_k} \right)^2 + 3 \frac{h_k - \frac{1}{3} y}{h_k} \cdot \frac{2h_k y - h_k^2}{h_k y} \right\}.$$

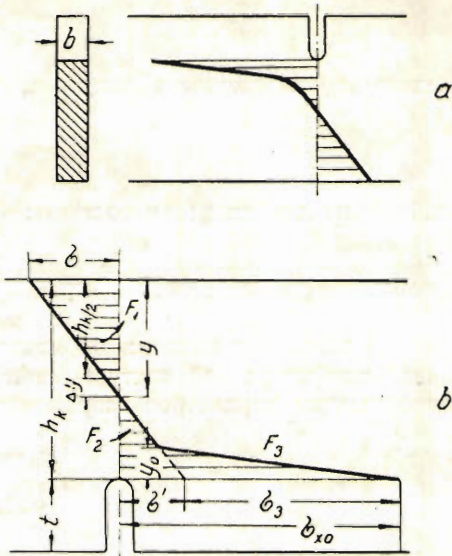


Рис. 12.

Обозначив $\frac{\Delta y}{h_k} = \chi$ и заменив $y = \frac{h_k}{2} + \Delta y$, получим из предыдущего выражения σ_b :

$$\sigma_b = \sigma \frac{3\chi + 0,5}{\chi + 0,5}.$$

Введя в это выражение σ' вместо σ , получим:

$$\sigma_b = \sigma' \frac{3\chi + 0,5}{0,5 + \chi}. \quad (13)$$

Коэффициент концентрации составит:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{x_0}}{\sigma_b} = \frac{\sigma_3 + \sigma'}{\sigma_b} = \frac{2F_3}{y_0 \sigma_b} + \frac{\sigma'}{\sigma_b}. \quad (14)$$

На основании оптического измерения напряжений на ряде моделей с различной конфигурацией контура Фишером предложены эмпирические формулы для отдельных параметров напряженного состояния:

$$y_0 = C \sqrt[3]{r}$$

$$\Delta y = \frac{4,2}{\sqrt{r} + 8,9}.$$

Постоянная C в этом выражении может быть определена по отдельным частным значениям α_k , полученным Фишером¹³ экспериментально. Для случая перехода с шейки на щеку глубину выкружки (t) следует считать значительной по сравнению с h_k . При $r = 2,5$ мм $h_k = 90$ мм по Фишеру $\alpha_k = 3,3$, откуда

$$C = 0,526;$$

$$\alpha_k = \frac{2F_3}{C \sqrt[3]{r} \sigma_b} + \frac{\sigma'}{\sigma_b}. \quad (15)$$

Подставляя (13) в (14) и значение C , получим:

$$\alpha_k = \frac{3,80\chi}{3\chi + 0,5} \sqrt[3]{\frac{h_k^2}{\xi}} + \frac{0,5 - \chi}{0,5 + 3\chi}, \quad (16)$$

где

$$\xi = \frac{r}{h_k}, \text{ а } \chi = \frac{4,2}{h_k(\sqrt{h_k \xi} + 8,9)}.$$

Таким образом α_k зависит от абсолютных размеров сечения (h_k) и кривизны закругления контура $\left(\xi = \frac{r}{h_k}\right)$.

По формуле (15) построена диаграмма (рис. 13) значений α_k в зависимости от этих параметров.

Для малых значений h_k (20—30 мм) формула (16) дает значения, большие чем данные оптического измерения Кетенакера (рис. 13) на 20—40%, для больших h_k (40—50 мм) эти значения близки друг к другу.

Испытания на повторный изгиб до разрушения от усталости образцов СгNi улучшенной стали показали^{14, 15} смягчение концентрации напряжений на 20—30% против теоретических величин. Это смягчение, как известно, является

следствием изменения прочности материала в вибрационных условиях. CrNiW сталь, закаленная на воздухе, дает смягчение около 20%. Необходимо отметить, что приведенные выше и приводимые в дальнейшем данные об усталостных эффектах получены в большинстве на лабораторных образцах диаметром 7—12 мм. Между тем новейшие исследования¹⁶ показали, что с ростом абсолютных размеров эффект концентрации напряжений относительно возра-

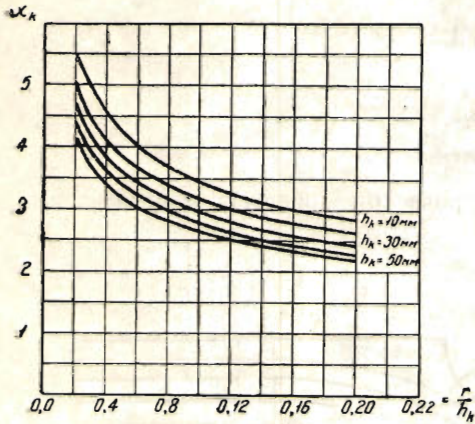


Рис. 13.

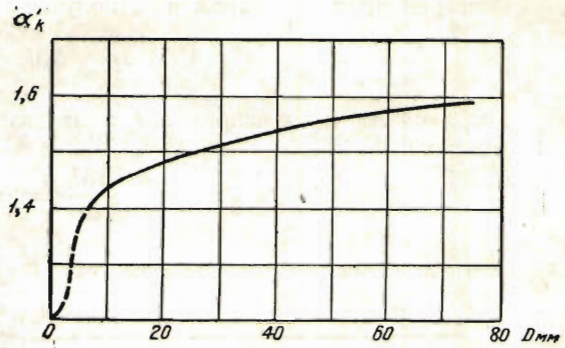


Рис. 14.

стает, и, например, по опытам Петерсона при переходе от диаметра 12 мм к 70 мм возрастание α'_k (отношения пределов усталости на образцах с выкружкой и на гладком) составляет для твердой углеродистой стали 20%, и потому смягчение влияния концентрации при таких абсолютных размерах снижается до 10—15% для конструкционных сталей высокой прочности. График изменения усталостного коэффициента концентрации с абсолютными размерами по данным Петерсона приведен на рис. 14 при $\alpha_k = 1,8$. Незначительное смягчение эффекта концентрации и большое значение во входящих углах при изгибе требует максимально возможного смягчения остроты переходных частей в этом месте, для чего разработаны конструктивные меро-

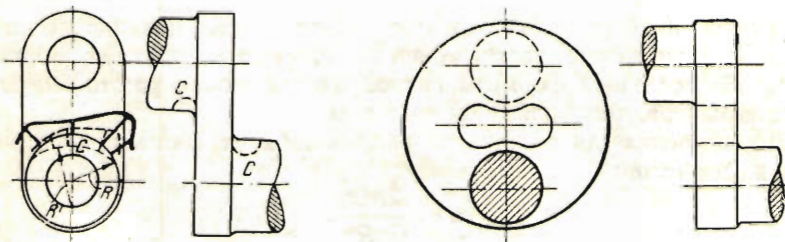


Рис. 15.

приятия, изображенные на рис. 15. В частности оформление по Майбах дает снижение напряжений на 60% против обычной гальтели, для которой в лучшем случае эффективный коэффициент концентрации составляет 3.

При действии крутящих усилий задача определения напряжений, возникающих в местах резкого изменения диаметра скручиваемого вала, решается приближенными аналитическими и графоаналитическими методами, а также экспериментально на основе физико-механических аналогий. Виллерсом¹⁷ предложен для решения задачи графоаналитический прием последовательных

приближений. Крутящий момент M делится на n равных частей и определяются радиусы концентрических цилиндров, причем каждый из слоев между ними передает равные части моментов $\frac{M}{n}$. Цилиндр радиуса r , выделенный из вала радиуса R , передает момент:

$$M_r = M \left(\frac{r}{R} \right)^4. \quad (17)$$

Дифференцируя это выражение, получаем:

$$\Delta r = \Delta M_r \frac{R^4}{4M_r^3}.$$

Выражая M через напряжение τ на цилиндрической поверхности радиуса r , получим:

$$\frac{\Delta M_r}{\Delta r} = 2\pi r^2 \tau.$$

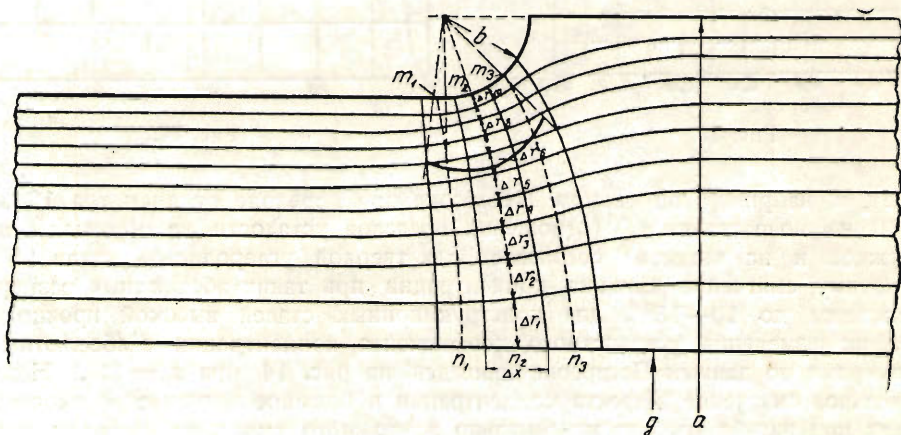


Рис. 16.

Система линий (рис. 16), которые ограничивают цилиндрические слои, передающие одинаковые части момента, называется линиями постоянного момента. Из последней формулы видно, что чем меньше расстояние Δr между линиями моментов, тем больше величина τr^2 .

Угол кручения для сечения на расстоянии x от начального определяется известной формулой:

$$\varphi = \frac{2Mx}{G\pi R^4}.$$

Деля угол φ на равные части и нанеся соответствующие поперечные сечения, получаем линии постоянного угла кручения на расстоянии друг от друга

$$\Delta x = \Delta \varphi \frac{G\pi R^4}{2M}.$$

Таким образом, отношение сторон прямоугольников, на которые разделен вал системой линий M и φ , составляет:

$$\frac{\Delta r}{\Delta x} = \frac{\Delta M_r}{\Delta \varphi} \frac{1}{2\pi r^2 G}, \quad (18)$$

откуда:

$$\Delta M_r = 2\pi r^3 G \Delta \varphi \frac{\Delta r}{\Delta x}.$$

В пределах цилиндрических частей вала построение прямых постоянных M и φ может быть произведено точно по расчету из формулы (17). В переходной части эти линии приходится сначала проводить наощупь, соблюдая их ортогональность, а затем корректировать, вычисляя M_r из (18) для различных r , а именно:

$$M_r = C \int_g^a \frac{r^3}{\Delta x} dr.$$

Для этого, измеряя на чертеже предварительно нанесенных линий отрезки Δr и Δx , строим в функции r график подинтегральной величины, а потом график интеграла, т. е. M_r (рис. 17).

Разделив конечную ординату интегральной кривой (равную полному передаваемому моменту) на равные части и найдя соответствующие абсциссы, получаем новые скорректированные значения Δr , по которым надлежит изменить систему линий M и φ для нового приближения. Таким образом может быть произведен ряд приближений и определены как максимальные напряжения, так и распределение их вдоль вала.

Основным недочетом способа Виллера следует считать затруднительность нанесения первоначальной системы линий M и φ и дальнейшего регулирования их формы в процессе приближений, что понижает точность результатов.

Другой графоаналитический способ Тома¹⁸ решения задачи о кручении цилиндрического стержня переменного сечения основывается на приближенном решении дифференциального уравнения для функции напряжения.

Компоненты напряжений τ_x (аксиальные касательные) и τ_ρ (радиальные касательные) могут быть различным образом выражены через функцию напряжений $F(x, \rho)$.

По Фешлю:¹⁹

$$\tau_x = G\rho \frac{\partial F}{\partial x}, \quad \tau_\rho = G\rho \frac{\partial F}{\partial \rho}, \quad (19)$$

и соответствующее дифференциальное уравнение из условий равновесия и непрерывности напишется так:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} + \frac{3}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \rho} = 0. \quad (20)$$

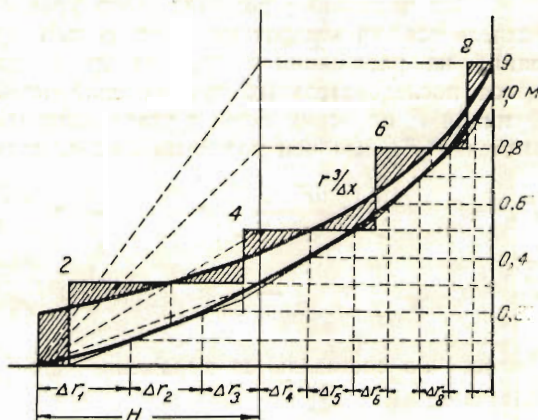


Рис. 17.

По Зонтагу: ²⁰

$$\tau_x = -\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial F}{\partial \rho}; \quad \tau_\rho = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial F}{\partial x}; \quad (21)$$

соответствующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \rho} = 0. \quad (22)$$

По Тома: ¹⁸

$$\tau_x = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial F}{\partial \rho}; \quad \tau_\rho = -\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial F}{\partial x}; \quad (23)$$

соответствующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} - \frac{3}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \rho} = 0. \quad (24)$$

Для численного решения этого уравнения меридианальное сечение вала разделяется на квадратные поля сеткой прямых взаимно перпендикулярных линий на расстоянии a друг от друга (рис. 18). Для осуществления процесса последовательных приближений необходимо задать сначала значения функции F по всему полю в углах квадратиков. По этим значениям находим значения F_M для центров квадратиков, пользуясь рядом Тейлора:

$$F_A = F_M + \frac{1}{2} a \frac{\partial F}{\partial \rho} + \frac{1}{2} a \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{8} a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} + \frac{1}{4} a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \rho \partial x} + \frac{1}{8} a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \dots$$

$$F_B = F_M + \frac{1}{2} a \frac{\partial F}{\partial \rho} - \frac{1}{2} a \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{8} a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} - \frac{1}{4} a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \rho \partial x} + \frac{1}{8} a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \dots$$

Аналогично составляются выражения для F_C и F_D . Сложив эти выражения, получаем:

$$F_M = \frac{1}{4} (F_A + F_B + F_C + F_D) - \frac{1}{8} a^2 \nabla^2 F - \frac{1}{384} a^4 \left(\nabla^4 F + 4 \frac{\partial^4 F}{\partial \rho^2 \partial x^2} \right) \dots,$$

пренебрегая третьим членом и выражая $\nabla^2 F$ из (24), получим:

$$F_M = \frac{1}{4} \sum F - \frac{1}{8} a^2 \frac{3}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \rho}; \quad (25)$$

$\frac{\partial F}{\partial \rho}$ может быть также выражено через значения F по углам:

$$\frac{\partial F}{\partial \rho} \approx \frac{1}{2a} (F_A + F_B - F_C - F_D).$$

Подставляя это выражение в (25), получаем:

$$F_M = \frac{1}{4} \left[(F_A + F_B) \left(1 + 0,75 \frac{a}{\rho} \right) - (F_C + F_D) \left(1 - 0,75 \frac{a}{\rho} \right) \right]. \quad (26)$$

По полученным таким образом значениям F_M определяются новые значения F по углам, и процесс приближений продолжается. В местах наиболее резкого изменения контура для уточнения решения нужно участить членение на квадраты.

Для подбора первоначальных значений F являются вспомогательными следующие данные: в цилиндрических частях вала $F = kr^4$, а в случае полого вала F принимает постоянные значения на внутренней и внешней поверхностях, относящиеся как четвертые степени соответствующих радиусов.

Напряжения определяются по значениям F путем дифференцирования, так как напряжения зависят от $\frac{\partial F}{\partial r}$ и $\frac{\partial F}{\partial x}$. Дифференцирование по цифровым данным для F целесообразно осуществлять по формуле центральных разностей Ньютона-Стирлинга.

Для случая очертания места перехода с одного диаметра на другой или канавки по дуге круга (рис. 19) приближенное аналитическое решение разработано Зонтагом.²⁰ Для этого подобраны в полярных координатах (r, φ) с началом в центре дуги кривой перехода или очертания канавки (рис. 19) выражения для функции напряжений F , как развитие соответствующего выражения для гладкого вала:

$$F = C(a - r \cos \varphi)^4.$$

Для случая вала с переходом по дуге круга Зонтаг дает выражение:

$$F = C \left\{ a - r \left[C_1 \left(\frac{b}{r} \right)^m + C_2 \left(\frac{b}{r} \right)^n + 1 \right] \cos \varphi \right\}^4. \quad (27)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий на наружной и внутренней поверхностях вала:

$$\begin{aligned} \text{для } r = b & \quad \bar{F} = Ca^4, \\ \text{для } r = \frac{a-g}{\cos \varphi} & \quad \bar{F} = Cg^4. \end{aligned}$$

Постоянная C определяется из условий равновесия внешних усилий с усилиями, развиваемыми напряжениями по сечению, что выражается так:

$$M = 2\pi \bar{F},$$

где \bar{F} — значение функции на наружном контуре.

Показатели m и n определяются из условий удовлетворения функцией F точному решению задачи для случая весьма малого круглого желобка на поверхности вала, а также из сопоставлений результатов расчета с графоаналитическим методом Виллерса, описанным ниже. Достаточную точность дает принятие $m = 2$ и $n = 0$.

Для несимметричного случая задачи о распределении напряжений в продольном сечении вала в месте перехода с одного диаметра на другой в выражение функции напряжений еще должен быть введен нечетный член, зависящий от φ .

Удовлетворение контурного условия для $r = b$, при котором $F = Ca^4$, дает в выражении (27):

$$C_1 + C_2 + 1 = 0.$$

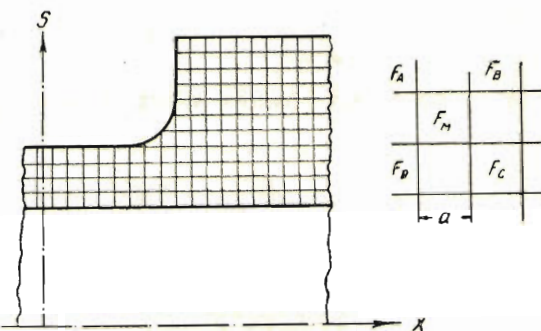


Рис. 18.

Введение нечетного по φ члена дает следующее выражение для функции напряжений:

$$F = C \left[a - r C_1 \left(\frac{b}{r} - 1 \right) \left\{ \frac{r+2b}{r+b} \cos \varphi + f(r) \sin 2\varphi \right\} \right]^4, \quad (28)$$

где $f(r)$ должна быть функцией быстро убывающей с увеличением r и обращаяющаяся в 0 для $b=0$. Эта функция может быть взята в виде:

$$f(r) = \left(\frac{b}{r+b} \right)^2.$$

Сами напряжения τ_φ и τ_r в полярных координатах r и φ определяются переходом от координат прямоугольных по известным зависимостям:

$$x = r \sin \varphi, \quad \rho = a - r \cos \varphi$$

$$\tau_x = \tau_r \sin \varphi + \tau_\varphi \cos \varphi, \quad \tau_\rho = \tau_\varphi \sin \varphi - \tau_r \cos \varphi.$$

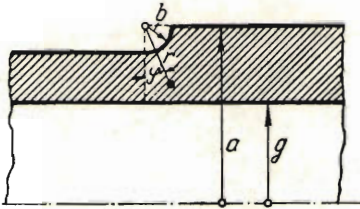


Рис. 19.

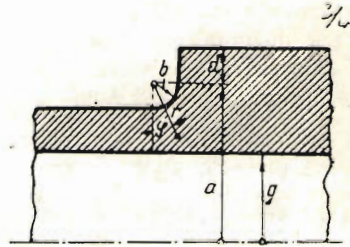


Рис. 20.

Выражение напряжений через F имеет следующие выражения:

$$\tau_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \frac{1}{(a - r \cos \varphi)^2}; \quad \tau_\varphi = - \frac{\partial F}{\partial r} \frac{1}{(a - r \cos \varphi)^2}.$$

Это же выражение для функции напряжений (28) может быть применено для случая перехода в вале с одного диаметра на другой с прямолинейной частью уступа (рис. 20) и гальтелью, очерченной по четверти окружности. В этом случае изменятся лишь выражения для C_1 , C_2 и C . В дальнейшем приведены формулы для расчета напряжений, полученные нами распространением решения Зонтага на полые вали с различными формулами переходных гальтелей.

Для составления выражений наибольших напряжений у начала кругового перехода с одного диаметра вала на другой исходным выражением для F является (27), при $m=2$ и $n=0$, и, следовательно, оно может быть написано так:

$$F = C \left\{ a - r \left[C_1 \left(\frac{b}{r} \right)^2 - C_2 \right] \cos \varphi \right\}^4.$$

После преобразования [] и введения поправки на влияние замены $m=1,5$ на $m=2$ функция F может быть представлена в таком виде:

$$F = C \left\{ a - r \left[C_1' \left(\frac{b}{r} \right) + C_2' \right] \frac{r+2b}{r+b} \cos \varphi \right\}^4. \quad (29)$$

Для полых валов согласно обозначениям размеров на рис. 19 и 20 получаем следующие граничные условия:

при $d = 0$:

$$\text{для } r = b \quad F = Ca^4,$$

$$\text{для } r = \frac{a-g}{\cos \varphi} \quad F = Cg^4;$$

при $d \neq 0$:

$$\text{для } r = b \quad F = C(a+d)^4,$$

$$\text{для } r = \frac{a-g}{\cos \varphi} \quad F = Cg^4.$$

Постоянная C из условий равенства моментов внутренних и внешних сил составит в первом случае:

$$C = \frac{M}{2\pi(a^4 - g^4)},$$

во втором:

$$C = \frac{M}{2\pi[(a+d)^4 - g^4]}.$$

Напряжения на поверхности у начала гальтели на тонкой части вала ($\varphi = 0$, $r = b$) почти соответствуют наибольшим. Относя их к неконцентрированным напряжениям тонкой части:

$$\tau_0 = \frac{2M(a-b)}{\pi[(a-b)^4 - g^4]},$$

получаем:

$$\tau_{\max} = \alpha_k \tau_0,$$

где α_k есть коэффициент концентрации. Выражения этого коэффициента таковы для $d = 0$:

$$\alpha_k = \frac{3}{2} \frac{\left[\left(1 - \frac{b}{a}\right)^4 - \left(\frac{g}{a}\right)^4 \right] \left(1 - \frac{g}{a}\right) \left(1 - \frac{g}{a} + \frac{b}{a}\right)}{\left(1 - \frac{b}{a}\right)^3 \left(1 - \frac{g^4}{a^4}\right) \left(1 - \frac{g}{a} - \frac{b}{a}\right) \left(1 - \frac{g}{a} + \frac{2b}{a}\right)}; \quad (30)$$

для $d \neq 0$:

$$\alpha_k = \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \frac{d}{a}\right)^3 \left[\left(1 - \frac{b}{a}\right)^4 - \left(\frac{g}{a}\right)^4 \right]}{\left(1 - \frac{b}{a}\right)^3 \left[\left(1 + \frac{d}{a}\right)^4 - \left(\frac{g}{a}\right)^4 \right]} \left[\frac{1 - \frac{g}{a} + \frac{b}{a}}{1 - \frac{g}{a} + 2\frac{b}{a} + \frac{2}{3}\frac{d}{b}} - \frac{5}{3}\frac{d}{b} \right] \cdot (31)$$

По этим выражениям построены графики рис. 21, 22 и 23 для α_k в зависимости от относительных размеров полого вала в месте изменения наружного диаметра. Из рис. 21 видно, что при толстостенных валах уменьшение радиуса гальтели дает рост α_k , при тонкостенных ($g/a = 0,8$) минимум α_k

получается для промежуточных значений b/a . Согласно рис. 22 α_k растет почти пропорционально относительной длине прямолинейной части уступа d/a . График рис. 23 дает изменение α_k в зависимости от отношения внутреннего диаметра к наружному (g/a) при ряде значений d/a и b/a . Из этого графика видно, что α_k имеет максимум в зоне $g/a = 0,5 \div 0,7$, причем этот максимум обостряется с увеличением отношения диаметра толстой части к диаметру тонкой. Увеличение размера d/a наиболее интенсивно влияет на увеличение

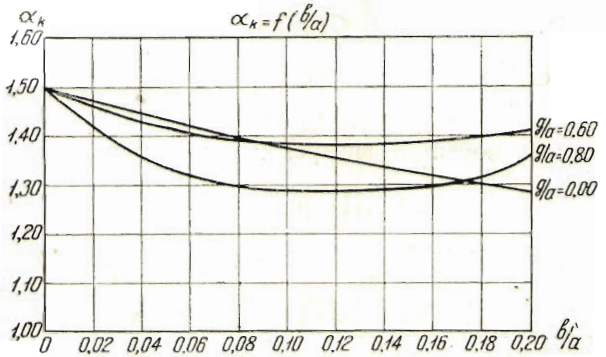


Рис. 21.

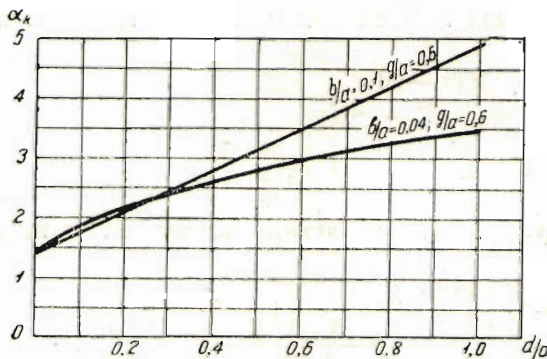


Рис. 22.

что α_k достигает 2,5, а большей частью не превышает значения $\alpha_k = 2$.

На рис. 26 даны результаты расчета по методу Зонтага как тангенциальных, так и радиальных касательных напряжений в ряде сечений, в месте перехода с одного диаметра на другой полого вала, при типичном соотношении основных размеров. Результаты нанесены в виде диаграмм коэффициентов концентрации напряжений, отнесенных к напряжению на поверхности гладкой меньшей диаметра части. Пунктиром нанесены значения, полученные по способу Виллерса; они отличаются от значений по Зонтагу не более чем на 5%. Наибольшее значение касательных напряжений соответствует $\varphi = 15^\circ$ и превышает значение для $\varphi = 0^\circ$ на 2,3%. Радиальные касательные напряжения в зоне наибольшей концентрации незначительны — они не превышают 20% от величины касательных.

Берманом²¹ предложен аналитический способ решения задачи кручения вала переменного сечения путем приближенного удовлетворения контурных условий. За исходное уравнение берется (20), полученное Фепплом в поляр-

ные α_k .

Обычно в валах легких двигателей:

$$g/a = 0,7 \div 0,4;$$

$$b/a = 0,2 \div 0,05;$$

$$d/a = 0,4 \div 0,1.$$

В этом диапазоне размеров изменение b/a от 0,2 до 0,05 значительно не отражается на α_k , и поэтому с точки зрения прочности при кручении уменьшение радиусов переходных гальтелей до $b/a = 0,05$ не является вредным. Наоборот, увеличение относительного размера d/a дает прямопропорциональное увеличение α_k , благодаря чему места перехода к щекам и здесь оказываются наиболее перенапряженными. Уменьшение α с утоньшением стенок вала (большие g/a) объясняется быстрым ростом напряжений в тонкой части с приближением g/a к единице. При обычных размерах переходных частей можно считать,

ных координатах. Согласно выражениям для напряжений (19) в каждой точке должно быть соблюдено условие:

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial \rho}}{\frac{\partial F}{\partial x}} = \frac{\tau_\rho}{\tau_x} = k(x, \rho). \quad (32)$$

Перепишвая (20) в виде:

$$3 \frac{\partial F}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \quad (33)$$

и подставляя из предыдущего выражение для $\frac{\partial F}{\partial \rho}$ через k , получим:

$$\frac{\partial F}{\partial x} \left[3k + \rho \frac{\partial k}{\partial \rho} + \rho k \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (\rho k^2 + \rho) = 0.$$

Отсюда, интегрируя, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= e^{-\int \frac{3k + \rho \frac{\partial k}{\partial \rho} + \rho k \frac{\partial k}{\partial x}}{\rho(k^2 + 1)} dx} \\ \frac{\partial F}{\partial \rho} &= ke^{-\int \frac{3k + \rho \frac{\partial k}{\partial \rho} + \rho k \frac{\partial k}{\partial x}}{\rho(k^2 + 1)} dx} \end{aligned} \right\} (34)$$

Составляя вторые производные от F и подставляя их в (33), после преобразований получаем следующее уравнение для k :

$$\rho^2(1 + k^2) \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} \right) - 2k\rho^2 \left[\left(\frac{\partial k}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial x} \right)^2 \right] - 6\rho k \frac{\partial k}{\partial x} + 3\rho(1 - k^2) \frac{\partial k}{\partial \rho} - 3k(1 + k^2) = 0. \quad (35)$$

Частным интегралом этого уравнения является:

$$k = A \frac{\rho}{x}. \quad (36)$$

Подстановка в (35) дает для определения A уравнение:

$$8A^3 - 6A^2 - 2A = 0,$$

корни которого составляют: $A_1 = 0$, $A_2 = 1$, $A_3 = -\frac{1}{4}$. На контуре уравнение:

$$k(x, \rho) = \frac{\tau_\rho}{\tau_x} = \frac{d_\rho}{dx} = \operatorname{tg} \theta$$

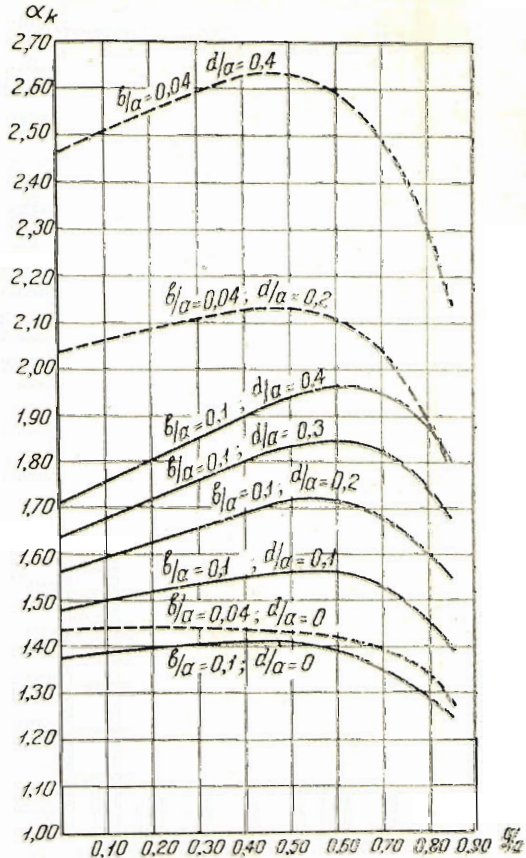


Рис. 23.

представляет собой уравнение угла наклона касательной к кривой, ограничивающей меридианальное сечение вала. Поэтому $A_1 = 0$ соответствует цилиндрическому валу, $A_2 = 1$ — коническому, $A_3 = -\frac{1}{4}$ соответствует уравнению:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{1}{4} \frac{\rho}{x}.$$

Интегрируя это уравнение, получаем уравнение контура продольного сечения:

$$\rho^4 x = \text{const} \text{ (гипербола)}. \quad (37)$$

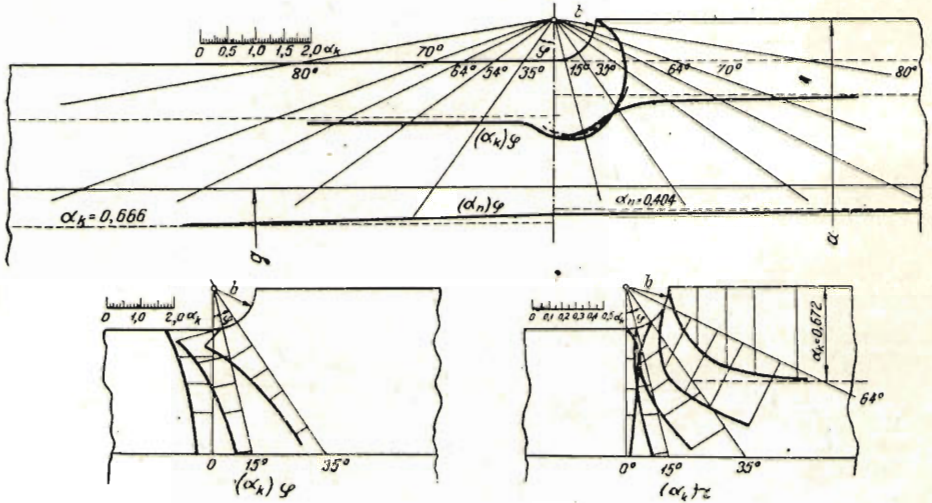


Рис. 24.

Тем же образом, для этого контура есть точное решение (36) при $A = -\frac{1}{4}$, которое после подстановки в (34) и (19) дает следующие выражения для напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \tau_x &= BGx\rho \\ \tau_\rho &= -\frac{1}{4} BG\rho^2 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Постоянная B определяется из условия равновесия сил внешних и внутренних, а именно:

$$2\pi \int_0^R \tau_x \rho^2 d\rho = 2\pi BxG \int_0^R \rho^3 d\rho = M_{кр}.$$

Суммарное касательное напряжение из компонентов τ_x и τ_ρ имеет наибольшее значение на контуре. Если произвести расчет значений этих напряжений в зависимости от x , то они до некоторого сечения (nn) падают, затем возрастают (рис. 25). Для ряда значений константы уравнения контура (37) можно построить гиперболы переходных кривых (рис. 26) и нанести на графике линию (mt), соединяющую точки с наименьшими значениями напряжений. Это семейство кривых позволяет приближенно находить величины

наибольших напряжений путем наложения действительной кривой очертания переходного сечения на наиболее соответствующий участок одной из кривых семейства (рис. 26), определения соответствующих x и ρ , а затем по (38) вычисления напряжений.

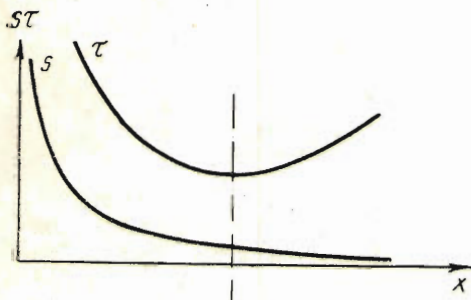


Рис. 25.

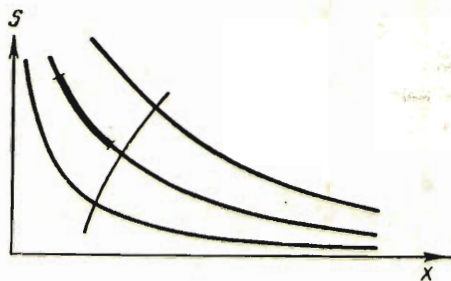


Рис. 26.

Величины и распределение напряжений при кручении в местах резкого изменения сечений круглых валов могут быть получены рядом экспериментальных методов, базирующихся на аналогии задачи кручения тела вращения с задачей о распределении напряжений электрического тока (Якобсен) в металлической пластинке (переменной толщины, изменяющейся по закону кубической параболы)²² или в слое электролита (Тум²³), либо с задачей о потенциальном потоке (Вишомирский²⁴). В последнем случае осуществляется плоский поток с контуром, соответствующим очертанию меридианального сечения вала, и путем полосчатого окрашивания снимаются линии потоков.

Лером²⁵ произведено сопоставление результатов определения коэффициентов концентрации различными расчетными и опытными методами и путем интерполяции получены средние значения α_k . Диаграмма графиков таких средних значений α_k приведена на рис. 27 для сплошных валов. Для валов полых, как это очевидно из рис. 23, коэффициенты концентрации будут больше на 10—15%, и использование для них графиков для сплошных валов нельзя признать целесообразным.

Исследования утомляемости при переменном кручении в связи с влиянием концентрации напряжений, по известным в литературе данным, произведены лишь в отдельных случаях и не систематически. Армбрустер²⁶ приводит данные испытания на виброкручение образцов с переходным уступом и образцов с буртом из отожженной углеродистой стали и CrNi улучшенной. Результаты в сопоставлении с расчетными данными приведены в таблице на стр. 136.

Теоретические коэффициенты α_k в этой таблице вычислены по формулам Зонтага. Использование усредненного графика Лера (рис. 27) дает более высокие α_k (1,5 и 2,8) и, следовательно, большие значения для смягчения.

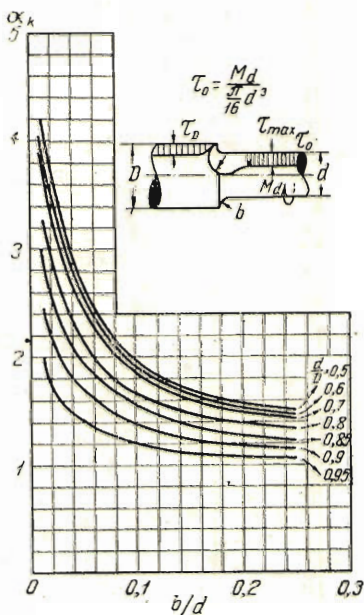


Рис. 27.

Сталь	α_k	α_k'	$\eta = \frac{\alpha_k'}{\alpha_k}$
Углеродистая (0,28% С) . . .	1,26	0,97	0,77
Отожженная	2,00	0,99	0,50
CrNi улучшенная	1,26	1,11	0,88
	2,00	1,66	0,83

Институтом строительной механики ВУАН были произведены более обширные опыты по изучению влияния концентрации напряжений на утомляемость конструкционной стали при виброкручении. Образцы были вытоплены в виде полых стержней с уступом посередине при переходе с одного наружного диаметра на другой (рис. 28), трех типов: гладких ($\alpha_k=1$), с $\alpha_k=1,53$ и $\alpha_k=2,51$

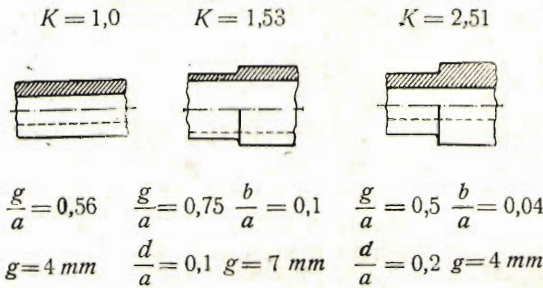


Рис. 28.

Испытание производилось при трех различных соотношениях амплитуды вибронпряжений к постоянным напряжениям от статической закрутки, а именно 1:4, 1:2, 1:1, что соответствует диапазону соотношений, имеющих место при работе коленчатых валов в условиях крутящих колебаний. Исследована была сталь марки Э-8 (з-да „Электросталь“), закаленная при 780°С и отпущенная при 530°С.

Результаты опытов сведены в нижеследующую таблицу и иллюстрируются рис. 29:

Отнош. статич. напряжения к наибольшему суммарному	α	α'	$\eta = \frac{\alpha'}{\alpha}$
0,21 0,33 0,50	1,0 1,0 1,0	1,0 1,0 1,0	1,0
0,18 0,31 0,50	1,53 1,53 1,53	1,17 1,28 1,31	0,85
0,18 0,31 0,50	2,51 2,51 2,51	1,80 1,75 1,80	0,72

Таким образом, смягчение составляет 15—30% и растет с ростом коэффициента концентрации. На рис. 29 дан график зависимости α' от α . В диапазоне конструктивно принятых соотношений в местах перехода с одного диаметра вала на другой можно брать для конструкционной стали высокой прочности ослабление концентрации напряжений на 20%.

Наряду с резкими изменениями контуров коленчатого вала в местах изменения диаметров и переходов от шек к шейкам причиной значительной концентрации напряжений являются поперечные дыры для смазки. Диаметр этих дыр по сравнению с диаметром вала мал ($\frac{d}{D} = \frac{1}{15} \div \frac{1}{20}$), и поэтому для расчетного определения наибольших напряжений может быть применено решение задачи, предложенное Л. Фёпплем, ²⁷ как для случая бесконечно большой пластинки с дырой, нагруженной силами сдвига. Напряженное состояние чистого сдвига с напряжениями τ сводится к равным сжатию и растяжению нормальными напряжениями τ по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Для этих напряженных состояний известны функции напряжения:

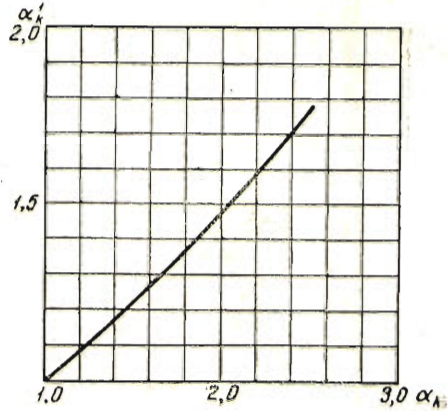


Рис. 29.

для сжатия:

$$F_1 = -\frac{\tau}{4} \left[r^2 - 2a^2 \lg r - \frac{(r^2 - a^2)^2}{r^2} \cos 2\varphi \right]$$

для растяжения:

$$F_2 = \frac{\tau}{4} \left[r^2 - 2a^2 \lg r + \frac{(r^2 - a^2)^2}{r^2} \cos 2\varphi \right]$$

Накладывая одно напряженное состояние на другое, получаем функцию на напряжений для чистого сдвига:

$$F = \frac{\tau}{2} \frac{(r^2 - a^2)^2}{r^2} \cos 2\varphi.$$

По краю дыры действуют только нормальные напряжения тангенциального направления:

$$\sigma_t = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \right)_{r=a} = \tau \frac{r^4 + 3a^4}{r^4} \cos 2\varphi = 4\tau \cos 2\varphi.$$

Наибольшее значение этого напряжения 4τ возникает в четырех точках: А, С, В и D (рис. 30), следовательно коэффициент концентрации составляет $\alpha_k = 4$.

При изгибе вала с поперечной дырой для определения максимальных напряжений могут быть использованы решения и опытные данные для случая простого растяжения. Для дыр малого диаметра приведенное выше решение функцией напряжения \bar{F}_1 дает максимальное напряжение

$$(\sigma_t)_{\max} = 3\tau_0, \text{ т. е. } \alpha_k = 3.$$

Ослабление концентрации напряжений у дыр путем скругления или раззенко-

вания их краев (рис. 31) теоретически не может сильно снизить α_k , так как на наибольшем расстоянии от поверхности вала, где скругление закончилось, действуют касательные и нормальные напряжения, незначительно отличающиеся от поверхностных (на 5—10%), и они концентрируются так же, как поверхностные.

Опытные данные по эффекту утомляемости от наличия дыр для конструкционных сталей очень скудны. Несколько опытов при вибрационном кручении произведено Армбрустером.²⁶

На CrNi стали эффективный коэффициент концентрации оказался для нерайборованных дыр $\alpha' = 1,8$, для райборованных $\alpha' = 1,5 \div 1,6$, т. е. смягчение теоретического α_k составляет 50—60%. Опыты с вибрационным изгибом продырявленных образцов, произведенные над CrNi сталью Тимошенко, Людвиком, Муром,²⁸ дали

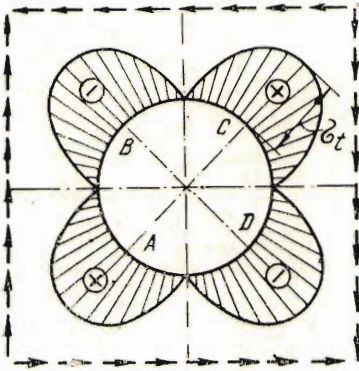


Рис. 30.

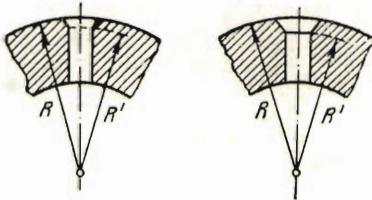


Рис. 31.

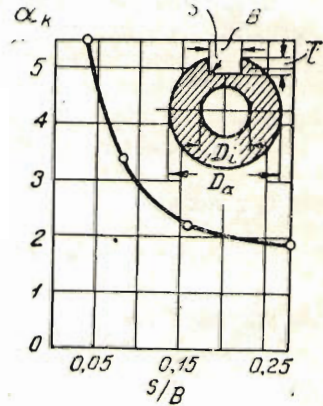


Рис. 32.

$\alpha' = 1,5 \div 1,35$ (для закаленной в воде стали $\alpha' = 1,8$), т. е. смягчение тоже составляет 50—60%. Это повышенное смягчение видимо объясняется влиянием поддерживающего действия менее напряженных зон материала, так как наибольшее напряжение действует в очень небольшом объеме у точки с наибольшей концентрацией, а величины напряжений в стороны от этой точки быстро падают.

Шпоночные канавки и шлицевые пазы являются причиной большой концентрации напряжений при кручении. На рис. 32 дана кривая α_k в зависимости от радиуса кривизны входящего угла шпоночной канавки по измерениям Грифита и Тейлора²⁹ при помощи провисания пленки (аналогия Прандтля). При радиусе закругления входящего угла не менее $1/4$ ширины канавки, α_k не превышает $2 \div 2,5$. Дальнейшее обострение ведет к быстрому росту α_k . При надлежащем плавном оформлении зубцов шлицевых соединений α_k может быть снижено до 1,5.

Из опытов с образцами, имеющими шпоночные канавки, известны только опыты Гауга.³¹ Они были произведены на образцах твердой углеродистой стали (0,67% С) сплошного сечения, причем отношение радиуса закругления входящего угла канавки к ее ширине составляло около 0,1. Опыты дали $\alpha_k' = 1,20/0$, т. е. значительно меньше теоретической величины, учитывая

малый диаметр испытанных образцов (10 мм). Данные Гауга нельзя использовать для оценки смягчения концентрации напряжений у шпоночных канавок и шлицов.

Сводя расчетные данные о теоретических (α_k) и эффективных (α_k') коэффициентах концентрации в различных частях вала, получаем следующую таблицу:

Место на вале и характер нагрузки	α_k	α_k'
1. Переходы в местах изменения диаметра и буртов при изгибе	2,0—3,0	1,6—2,7
2. Переходы с шейки на щеку при изгибе	3,0—4,5	2,4—4,0
3. Смазочные дыры при изгибе	3,0	1,2—1,5
4. Переходы в местах изменения диаметра и буртов при кручении	2,0—2,5	1,4—2,0
5. Смазочные дыры при кручении	4,0	1,6—2,0
6. Шпоночные канавки при кручении	2,0—2,5	—

Таким образом, наибольший эффективный коэффициент концентрации при кручении достигает 2 (в местах перехода и у дыр), при изгибе 4,0 в местах перехода с шеек на щеки.

Статистика мест поломок коленчатых валов авиационных моторов показывает: 20% поломок приходится на носке вала, 15% через смазочные дыры и 65% в местах перехода шеек в щеку.

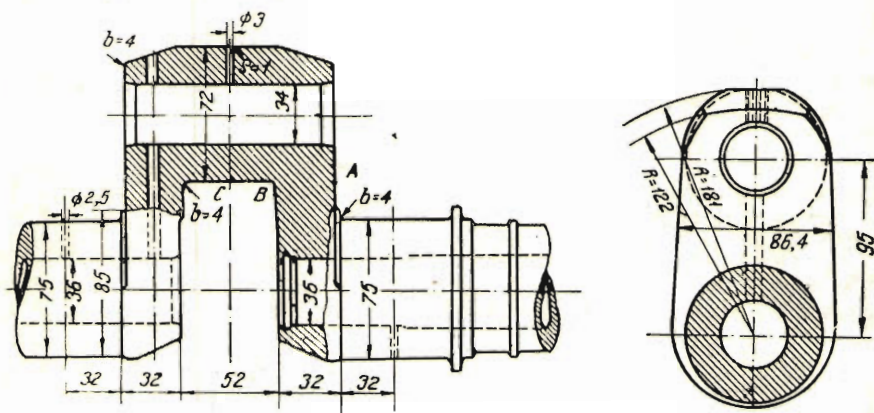


Рис. 33.

Матхаессом³² были произведены опыты с вибрационным кручением моделей коленчатых валов из CrNiW стали. Получились следующие значения α_k' : для коренных шеек $\alpha_k' = 1,6$, для упорных подшипников (бурты) $\alpha_k' = 1,3$, что соответствует значениям в вышеприведенной таблице.

В качестве примера приведен подсчет напряжений в коленчатом вале авиационного мотора на упорном подшипнике и первом колене (рис. 33).

Вал нагружен изгибающей силой 5200 кг (усилие взрыва) и максимальным крутящим моментом 69150 кг·см (с учетом вибро-момента от крутящих колебаний с амплитудой, равной удвоенному среднему моменту мотора). В сечении А у перехода с первой коренной шейки на щеку номинальные изгибающие напряжения составляют:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{2600 \cdot 2,8}{47,3} = 153 \text{ кг/см}^2.$$

Переход осуществлен по гальтели радиуса $b = 4$ мм при

$$\frac{b}{d} = \frac{4}{75} = 0,053; \quad \frac{d}{D} = \frac{75}{85} = 0,9.$$

По графику рис. 12 получаем $\alpha_k' = 2,4$; эффективный коэффициент $\alpha_k' = 2,4 \cdot 0,9 = 2,15$ (смягчение 10%). Расчетное напряжение составит: $\sigma' = 2,15 \cdot 153 = 330 \text{ кг/см}^2$.

В сечении для щеки в месте перехода ее на шатунную шейку номинальные напряжения составят:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{2600 \cdot 6}{22,5} = 694 \text{ кг/см}^2.$$

Переход осуществлен по гальтели $b = 4$ мм при

$$\frac{b}{h} = \frac{4}{31} = 0,13, \quad h = 31 \text{ мм.}$$

По графику рис. 12 коэффициент концентрации $\alpha_k = 2,5$ (по способу Фишера $\alpha_k = 2,9$, из рис. 15), $\alpha_k' = 2,5 \cdot 0,9 = 2,3$.

Расчетное напряжение:

$$\sigma' = 694 \cdot 2,3 = 1600 \text{ кг/см}^2.$$

В сечении С в шейке имеется дыра. Номинальные напряжения изгиба составят:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{23400}{34,8} = 652,3 \text{ кг/см}^2.$$

Эффективный коэффициент концентрации в этом случае составит $\alpha_k' = 1,5$, расчетное напряжение:

$$\sigma' = 1,5 \cdot 652,3 = 980 \text{ кг/см}^2.$$

В сечении А номинальные напряжения кручения составят:

$$\tau = \frac{M_{кр.}}{W_{кр.}} = \frac{69150}{79,4} = 873 \text{ кг/см}^2.$$

Параметры места перехода на щеку в этом сечении имеют значение:

$$\frac{g}{a} = \frac{18}{37,5} = 0,48, \quad \frac{b}{a} = \frac{4}{37,5} = 0,11, \quad \frac{d}{a} = \frac{1}{37,5} = 0,027 \approx 0.$$

По графику рис. 25 $\alpha_k = 1,4$, смягчение 15%, $\alpha_k' = 0,85 \cdot 1,4 = 1,2$; расчетное напряжение:

$$\tau' = 873 \cdot 1,2 = 1050 \text{ кг/см}^2.$$

В сечении B номинальное напряжение:

$$\tau = \frac{M_{кр.}}{W_{кр.}} = 990 \text{ кг/см}^2.$$

Значение α_k' то же, и потому:

$$\tau' = 1190 \text{ кг/см}^2.$$

В сечении C эффект дыры дает $\alpha_k' = 2$ и расчетное напряжение:

$$\tau' = 990 \cdot 2 = 1980 \text{ кг/см}^2.$$

Предел усталости при кручении для обычной CrNiW стали для коленчатых валов составляет около 35 кг/мм^2 , и потому рассчитанные выше напряжения не представляют опасности для усталостной прочности. Но при усилении крутильных колебаний, с увеличением вибромомента до 4-кратного по отношению к среднему, напряженность вала будет по касательным напряжениям у предела усталости детали, и, следовательно, возможны поломки в эксплуатации.

Резюмируя эту главу, следует отметить следующее:

1. Обычный расчет по методам сопротивления материалов должен быть дополнен расчетом локальных напряжений, возникающих в местах с большой кривизной поверхности у входящих углов.

2. Благодаря процессам изменения прочности при вибрационной нагрузке и явлениям поддерживающего действия эффект концентрации напряжений ослабляется, и эффективный коэффициент концентрации α_k составляет лишь часть определенного для случая целиком упругого напряженного состояния коэффициента концентрации α_k : $\alpha_k' = \eta \alpha_k$; η зависит от свойств металла, и для материалов вибрационно хрупких приближается к 1.

3. Для определения концентрированных напряжений при изгибе, которые особенно значительны во входящих углах у мест перехода со щеки на шейку, могут быть применены графики Кегенакера (рис. 11) и графики Тимошенко (рис. 10), а также расчет по методу, развитому в статье на основе допущений Фишера для симметричного случая распределения напряжений.

4. Для определения концентрированных напряжений при кручении, возникающих в местах изменения сечений и у дыр, могут быть применены формулы, полученные на основе метода разыскания приближенных выражений для функции напряжений (Зонга и Л. Феппель). При этом могут быть получены формулы, достаточно удобные для вычисления, а также составлены графики. В полых валах α_k больше, чем в сплошных, и сильно зависит от разницы диаметров сопрягаемых валов.

5. При очертании кривых перехода не по дугам круга для расчета концентрированных напряжений могут быть применены графоаналитические способы Виллерса и Тома. Эти способы требуют предварительной наметки отдельных элементов напряженного состояния, и потому дают удовлетворительный результат лишь после ряда проб.

6. Эффект смягчения концентрации напряжений в сильной степени зависит от абсолютных размеров образца. Это видимо является следствием влияния холодной обработки, действие которой меняется в зависимости от абсолютных величин радиусов закруглений гальтелей, и изменения поддерживающего действия. Поскольку большинство опытов на усталость ведось на образцах малых абсолютных размеров, постольку полученные из этих опытов данные о смягчении концентрации могут быть лишь с большими ограничениями применены к определению эффективных коэффициентов концентрации

α_k для реальных размеров коленчатых валов. В таблице на стр. 136 сведены величины α_k и α_k' (последние для конструкционной стали высокой прочности) для различных конфигураций частей вала. При конструктивно принятых кривизнах переходных гальтелей и дыр наибольшие α_k' при кручении составляют 2, при изгибе 4.

Опыты, произведенные Ин-том строительной механики УАН на трубчатых образцах с уступами в местах сопряжения цилиндрических частей различного наружного диаметра, установили рост смягчения концентрации напряжений с ростом α_k , причем α_k' для практически применяемых закруглений оказались не выше 2 и почти не зависящими от соотношения статической и вибрационной закрутки.

7. Опыты с моделями коленчатых валов под вибрационным кручением в общем подтверждают значения α_k' , полученные из лабораторных данных путем корректирования на абсолютные размеры детали.

8. Особенно сильный рост α_k при изгибе в зависимости от отношения $\frac{\rho}{h}$ (где h — толщина щеки или диаметр шейки) начинается со значения $\frac{\rho}{h} = 0,2$ ($\alpha_k = 2$); между тем практикуемые, например, в конструкциях валов авиационных моторов $\frac{\rho}{h} = 0,1 - 0,02$ находятся в зоне сильного роста значений α_k . Следует рекомендовать осуществлять закругления входящих углов в местах перехода по радиусам, удовлетворяющим $\frac{\rho}{h} \geq 0,1$. При кручении интенсивный рост α_k в зависимости от $\frac{b}{d}$ начинается со значения $\frac{b}{d} = 0,1$, и потому рекомендованное ограничение радиуса кривизны при изгибе справедливо и для кручения.

9. Действенным средством повышения прочности являются конструктивные мероприятия в виде подрезания шеек по большим радиусам в местах перехода на щеки, высверливание щек (рис. 17), максимально возможное увеличение радиусов закругления входящих углов, плавное оформление зубцов шлицевых соединений.

На части коленчатого вала действуют одновременно изгибающие и крутящие моменты, кроме того на его прочность влияют свойства материала, его технологическая и поверхностная обработка. Поэтому глава III посвящена вопросам режимов напряженного состояния материала, критериям прочности в условиях комбинированных нагрузок и роли технологических факторов в прочности коленчатых валов.

(Окончание следует).

ЛИТЕРАТУРНЫЕ ИСТОЧНИКИ

К разделу I

1. Röscher, Maschinenelemente, Bd. II, 1929; Шульц, Оси, цапфы, валы, 1926
2. Gessner, Mehrfach gelagerte, abgesetzte und gekröpfte Kurbelwellen, 1926.
3. Timoshenko and Lessels, Applied Elasticity, 1925.
4. Девильер, Легкие двигатели внутреннего сгорания, ГИЗ, 1929.
5. Островский, Курс конструкций и расчетов авиационных моторов, 1932;
- И. Ш. Нейман. Кинематика и расчет на прочность авиационных моторов, 1933.
6. Diller, Näherungsweise Bestimmung der Auflagerkräfte an statisch unbestimmten Wellen. Dissertation, Aachen, 1926.

7. Микулин и Орлин, Выбор размерности щеки коленчатого вала авиамотора, „Техника воздушного флота“ № 6, 1929.
8. Kurt Matthaes, Luftfahrtforschung, H. 4, 1930.

К разделу II

9. J. Geiger, Der Nutzen von Dehnungsmessungen in der Praxis, Maschinenbau, 1931, S. 710.
10. J. Crumbiegel, Über die Spannungsverteilung in Kröpfungen bei Belastung in Kröpfungsebene. Dissertation, Aachen, 1931.
11. S. Timoshenko und W. Dietz, Stress concentration produced by holes and fillets, Trans. A. S. M. E., 1927, p. 199/237.
12. L. Kettenacker, Polarisationsoptische Spannungsuntersuchungen an Stabecken, Forschung 1932, S. 71/78.
13. Fischer, Die Kerbwirkung an Biegestäben, Berlin 1931.
14. Schneider, Beitrag zur Frage der Schwingungsfestigkeit, Stahl und Eisen, 1931, S. 285/92.
15. P. Ludwik, Kerb und Korrosionsdauerfestigkeit, Metallwirtschaft, 1931, S. 705/10.
16. R. Peterson, Stress-concentration Phenomena in Fatigue of Metals, Trans. A. S. M. E., 1933, p. 157/171.
17. F. Willers, Die Torsion eines Rotationskörpers um seine Achse, Z. f. Math. u. Phys., 1907, Bd. 55, S. 227/63.
18. A. Thom and J. Orr, The Solution of the Torsion Problem for Circular Shafts of Varying Radius, Proceedings of the Royal Society, London 1931, p. 30—37.
19. A. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik, 1907, S. 188.
20. R. Sonntag, Zur Torsion von runden Wellen mit veränderlichem Durchmesser, Zts. f. ang. Math. u. Mech., 1929, S. 1.
21. Берман, Кручение бруса, имеющего форму тела вращения, Доклад на I научно-исследовательской конференции Военно-воздушной академии им. Жуковского.
22. L. Jacobsen, Torsional stress-concentrations in shafts of circular cross section and variable diameter, Trans. A. S. M. E., 1925, p. 619/41.
23. B. Thum and W. Bautz, Die Ermittlung von Spannungsspitzen in verdrehbeanspruchten Wellen, Z. V. D. I., 1934, S. 17.
24. Wyszomirski, Stromlinien und Spannungslinien, Dissertation, Dresden 1914.
25. E. Lehr, Spannungsverteilung in Konstruktionselementen, Berlin 1934.
26. E. Armbruster, Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit auf den Spannungsverlauf und die Schwingungsfestigkeit, Berlin 1931, S. 57.
27. L. Föppl, Einfluss von Löchern und Nuten auf die Beanspruchung von Wellen, Z. V. D. I., 1921, S. 497.
28. G. Barner, Der Einfluss von Bohrungen auf die Dauerfestigkeit von Stahlstäben, Berlin 1931.
29. A. Griffith and G. Taylor, Soap films and Torsion problems, Engineering, 1917, p. 650/55.
30. K. Matthaes, Kurbelwellenbrüche und Werkstofffragen, Luftfahrtforschung, 1930, H. 4.
31. F. Seely, Advanced Mechanics of Materials, New-York 1932, p. 229.
32. K. Matthaes, Ermüdungseigenschaften von Kurbelwellenstahl, Maschinenbau, 1930, S. 117.