

НАУЧНАЯ ХРОНИКА

ЛЕНИНГРАДСКОЕ МЕХАНИЧЕСКОЕ НИТО

В весеннем полугодии текущего 1933 г. Ленинградское Механическое НИТО имело 6 общих собраний, на которых были заслушаны следующие сообщения:

20 января — Г. В. Колосов, „Об общих формулах, решающих задачу об определении напряжений в изотропном упругом теле“.

20 февраля — 1) А. М. Кац, „Новые формулы по крутильным колебаниям коленчатых валов многоцилиндровых двигателей“, 2) П. Ф. Папкович, „Некоторые общие теоремы об устойчивости равновесия“.

20 марта — 1) Л. Г. Лойцянский, „Приближенное подобие и его применение в теории турбулентности“, 2) П. Ф. Папкович, „Об одном способе вычисления корней характеристического определителя“.

20 апреля — 1) А. В. Воробьев, „Теоретическое и экспериментальное исследование деформаций матерчатых баллонов“, 2) А. И. Лурье, „Передача давления на балку через упругую среду“.

20 мая — 1) М. З. Хейфец, „Динамика регулирования турбовоздухоудов“, 2) Л. Э. Михайловская-Прокофьева, „О последних работах по оптическому методу изучения напряжений“.

24 июня (собрание, посвященное памяти С. А. Гершгорина) — 1) Е. Л. Николаи, Вступительное слово, 2) В. И. Смирнов, „О трудах С. А. Гершгорина по математике“, 3) П. Ф. Папкович, „О трудах С. А. Гершгорина по теории упругости и теории колебаний“, 4) Л. Г. Лойцянский, „О трудах С. А. Гершгорина по теории механизмов“.

О РАБОТЕ ПО ТЕОРИИ УПРУГОСТИ КАФЕДРЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ПРИ ВСЕ-УКРАИНСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК И КАФЕДРЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ДНЕПРОПЕТРОВСКОГО МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА¹

§ 1. Кафедра Теории упругости ВУАН существует с середины 1929 года. Территориально она находится в Днепропетровске и связана непосредственно с Механической Лабораторией Днепропетровского Металлургического института. Целевая установка кафедры была вполне определенная:

1) задачи теории упругости и сопротивления материалов в горной и металлургической промышленности, т. е. в нашей тяжелой ведущей промышленности;

2) вопросы устойчивости упругих систем.

Штатных работников, числящихся по ВУАН, кроме А. Н. Динника, не было никого, не удалось получить ни ассистента, ни аспиранта, ни вычислителя; отпускались лишь небольшие суммы на оперативные расходы. Но зато удалось привлечь ряд товарищей, работавших добровольно над темами, стоящими перед кафедрой, из числа аспирантов и преподавателей Металлургического института и составить таким образом довольно прочный коллектив.

Посмотрим, над какими темами работала К.Т.У. со времени ее основания, т. е. примерно за 3 года, и что именно было сделано.

§ 2. Продольный изгиб стержней переменного сечения.² Задача о продольном

¹ Пополненный доклад на 1-й Всесоюзной Конференции по механике в Москве, в мае 1932 г.

² См. А. Динник, „Вестн. инж.“ № 1—2 1929; № 9 1931; „Записки физико-мат. отд. Укр. Академии Наук“ 1931—1932; Transact. of. A. S. M. E. 1931 и 1932 „Applied Mechanics“; А. Динник и Л. Локшин, „Вестн. Инж.“ № 7 1930; „Philos. Mag.“ № 10 1930; А. Динник и В. Лысков, „Подовжний угин“ гл. II, Днепропетровск 1932 г.

изгибе стержней переменного сечения представляет значительный практический интерес. Такие стержни часто встречаются в инженерных сооружениях, ибо они легче стержней постоянного сечения. Расчет же их обоснован довольно слабо, в чем можно убедиться, взяв хотя бы последнее издание Hütte. В соответственной литературе имеется немало отдельных частных решений для различных случаев стержней переменного сечения, но все это были отдельные частные случаи. Поэтому перед К. Т. У. возникла такая задача: исследовать систематически устойчивость стержней переменного сечения при различных законах изменения последнего вдоль длины стержня и выяснить наиболее выгодную форму стержня для различных случаев нагрузки.

Оказалось, что во всех случаях критическая сила может быть выражена простой формулой

$$P_k = \frac{KEI}{l^2}, \quad (1)$$

где EI — наибольшая жесткость стержня при изгибе,

Ei — наименьшая,

l — длина его,

K — коэффициент устойчивости, зависящий от закона изменения $I(x)$ вдоль длины стержня и от способа закрепления концов его. Для всех нижеперечисленных случаев были составлены таблицы коэффициентов K в зависимости от отношения $\frac{l}{I}$. Из-за экономии места мы здесь этих таблиц не приводим, но везде указываем, где они были напечатаны.

Нами были исследованы следующие случаи:

1. Момент инерции $I(x)$ изменяется вдоль длины стержня по степенному закону

$$I(x) = I \cdot (a + bx)^m. \quad (2)$$

Ур-ние изгиба

$$EI(x)y'' + Py = 0 \quad (3)$$

интегрируется в этом случае в функциях Бесселя, кроме случая $m=2$, но здесь решение легко получается в элементарных функциях.

Подробно были разобраны случаи $m=1, 2, 3, 4$; из них наиболее важны для техники случаи $m=2$ (пирамидальная, решетчатая стойка) и $m=4$ (конический стержень).

2. Гиперболическая зависимость.

$$I(x) = \frac{I}{(a + bx)^m}. \quad (4)$$

Здесь были вычислены коэффициенты K тоже для случаев $m=1, 2, 3, 4$.¹ Ур-ние изгиба интегрируется в функциях Бесселя дробного порядка. Но так как существующие таблицы функций Бесселя дробного порядка оказались недостаточно полными и по ним нельзя было вычислить K с намеченной точностью, то пришлось обратиться к другим приемам интегрирования ур-ния (3—4). Наиболее удобным оказался способ Störmer'a.

3. Показательная зависимость.

$$I(x) = I \cdot e^{-mx} \quad (5)$$

В этом случае ур-ние изгиба интегрируется в функциях Бесселя 0-го порядка. Граничные условия приводят к ур-ням, составленным из функций Бесселя 0-го и 1-го порядка; из этих ур-ний вычисляются коэффициенты устойчивости K .

4. Синусоидальная зависимость. Блейх в своем очень интересно составленном курсе мостов, разбирая вопрос об устойчивости сжатых мостовых элементов переменного сечения, рассматривает тот случай, когда момент инерции сжатого стержня изменяется вдоль его оси по синусоидальному закону.² Как самый способ решения, так и числовые коэффициенты Блейха вызывают сомнение в своей правильности. Поэтому мы решили заново и более подробно разобрать эту задачу. Это было сделано для тех случаев, когда момент инерции изменяется вдоль длины стержня по закону

$$I(x) = I \cdot \sin^m \frac{\pi x}{a}, \quad (6)$$

причем $m=1, 2$ (случай Блейха), 3 и 4. Так как ур-ние изгиба не интегрируется в конечном виде, то мы воспользовались опять методом Штермера. Разница между приближенным решением Блейха и точным оказалась невелика (несколько ‰).³

¹ В вычислениях принимал участие студент Б. Вольцер.

² Ф. Блейх. Железные мосты, гл. X, § 38 с. Перевод с немецкого 1931.

³ Большинство вычислений выполнены студ. А. М. Ершовым.

5. Биномиальная зависимость. В новых изданиях Hütte даны по Г. Кайзеру, таблицы для расчета сжатых стержней параболического очертания.¹ Закон изменения момента инерции вдоль длины стержня для всех тех случаев, которые рассматривал Г. Кайзер, может быть охвачен 2-мя формулами (2) или (7).

$$I(x) = I \cdot (a + bx)^m \text{ и } I(x) = I \cdot (a + bx^2)^m. \quad (7)$$

Так как прием, которым пользовался Кайзер, является грубо приближенным и самые результаты тоже вызывают сомнения в своей правильности, то нами были предприняты поверочные вычисления этих таблиц. В них оказались ошибки и иногда довольно большие.

Дифф. ур-ия изгиба интегрировались главным образом по Штермеру. Результаты были уже даны на страницах Прикл. мат. и мех., 1, р. 127, 1933.

6. Поверхность 2-го порядка. Проф. А. С. Локшиным и мною разобран вопрос о продольном изгибе стойки, ограниченной одной из поверхностей 2-го порядка, причем линия действия сжимающих сил совпадает с осью поверхности. Эта задача для поверхностей вращения 2-го порядка была решена еще Лагранжем весьма своеобразным путем. Лагранж ограничился случаем опертых концов, таблиц для коэффициентов устойчивости он не вычислял. Мы рассматривали общий случай трехосных поверхностей 2-го порядка и решали задачу прямым интегрированием ур-ий изгиба; они во всех случаях интегрируются в элементарных функциях. Нами были составлены таблицы для K при различных $\frac{i}{l}$ для усеченного эллипсоида, одно- и двуполого гиперboloидов, параболоида и эллиптического конуса.²

7. Ступенчатый стержень. Стержень состоит из двух призматических частей различного сечения. Пусть

- I — момент инерции среднего участка стержня,
- i — момент инерции крайних участков,
- λ — длина среднего участка,
- l — длина всего стержня.

Задача об устойчивости такого стержня разрешена С. П. Тимошенко, таблиц для K он не дает. Нами были вычислены таковые для различных соотношений $\frac{i}{I}$ от 0,01 до 1, и $\frac{\lambda}{l}$ — от 0 до 1.³

Как пример приложения этих таблиц укажем такой случай: нога надшахтного копра имеет определенную длину l и определенное сечение с моментом инерции i . С возрастом добычи понадобилось увеличить устойчивость ее вдвое. Это можно сделать путем наклепки на средней части ноги на протяжении λ добавочных листов или уголков, т. е. увеличения момента инерции в средней части ноги до $I = i + \Delta i$, где Δi момент инерции упомянутых листов или уголков. Спрашивается, какой длины λ и какого сечения должны быть эти добавочные листы или уголки. Вопрос сводится к вычисленным нами таблицам.

8. Составной стержень. Пусть сжатый стержень состоит из 3 частей, средняя часть призматическая постоянного сечения с моментом инерции I , обе крайние переменного непрерывно суживающиеся. Найти критическую силу для такого стержня. Эта задача представляет большой технический интерес, так как подобные стержни очень часто встречаются в инженерных сооружениях. Нами была разрешена эта задача для тех случаев, когда момент инерции крайних участков $I(x)$ изменяется по законам (2—5), и составлены подробные таблицы для коэффициентов устойчивости. Концы стержня принимались оба опертыми или оба зажатыми. Ур-ия изгиба интегрировались с помощью функций тригонометрических и Бесселевых, $P_{кр}$ вычислялась из уравнений, полученных на основании граничных условий и составленных из упомянутых функций. Главную трудность составляло вычисление корней этих ур-ий, что поглощало очень много времени. Так для случая § 2 (2) этих корней пришлось вычислить более 520-ти.⁴

Таким образом нами был систематически рассмотрен целый ряд случаев продольного изгиба стержней переменного сечения. Естественно поставить такой вопрос: какая из рассмотренных форм стержней наиболее близка к стержню наибольшего сопротивления, т. е. к такому стержню, который при заданном собственном весе выдерживает не прогибаясь наибольшую нагрузку. Оказывается, что таковыми являются стержни, момент инерции которых изменяется по закону (2) при $m = 1$ или $m = 2$. Отступления не превышают долей %.

§ 3. Опыты. Подтверждаются ли полученные результаты опытами? Ответ дает рис. 1, где даны опыты Е. I. Вод'а, профессора механики в Университете в Огю в САСШ. По оси абсцисс отложены $i: I$, по оси ординат $K: \pi^2$. Сплошные линии — вычисленные нами теоретические кривые, кружки — экспериментальные точки, полученные американцами.

¹ Hütte, т. I стр. 630—631. 1929. См. также Н. Кайсер. Eisenbau. № 12 1910 и № 1 1916.

² Последние 2 стойки заключаются уже в случае (1).

³ В вычислениях принимал участие студент Д. Б. Вольпер.

⁴ В вычислениях принимал участие асс. А. Н. Тверитин.

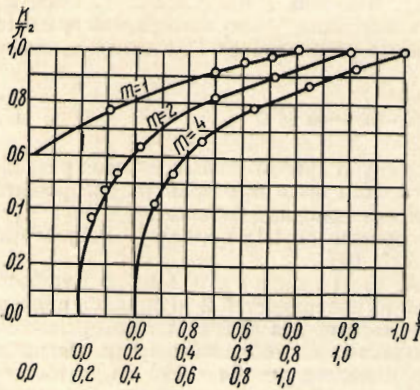


Рис. 1.

Кривые $m=1$, $m=3$, $m=4$ относятся к тому случаю, когда $I(x)$ изменяется вдоль длины стержня по (2) по закону 1-ой, 3-ей и 4-ой степени (конус). Совпадение теории с опытами, как видно из рис. 1, полное.

§ 4. Распределенная нагрузка.¹ При расчете длинных вертикальных стержней (буровые штанги, радиомачты, высокие стойки кранов) приходится учитывать влияние их собственного веса. Н. П. Гришкова в ой закончена недавно работа по этому вопросу. Ур-ния изгиба были 3-го порядка, интегрировались они частью в функциях Бесселя, часто по способу Ритца. Оказалось, что критическую силу можно представить той же формулой (1) — причем коэффициент устойчивости K зависит от способа закрепления концов стержня и от отношения веса стержня Q к Эйлеровой крит. силе P_e для рассматриваемого стержня. Так, напр., для обоих опертых концов K дается след. таблицей 1.

Таблица 1

$Q : P_e$	0	0,25	0,5	0,75	1	2	3	5
K	π^2	8,64	7,40	6,17	4,43	0	-4,43	-14,8

Собственный вес уменьшает крит. силу; если $Q=2P_e$, то $P_k=0$, т. е. стержень начинает искривляться от одного собственного веса и никакой концевой нагрузки он уже выдерживать не может. Если $Q>2P_e$, то P_k становится отрицательной, т. е. чтобы стержень не искривлялся, надо верхний конец его подвесить.

Что собственным весом нельзя пренебрегать, показывает следующий пример: радиомачта, высотой $l=100$ м, дала по Эйлеру $P_e=9,3$ тонны, если же учесть ее собственный вес Q , то P_k оказалась всего около 1,1 т. Таким образом оттяжки, закрепленные к верхнему концу мачты, можно натягивать лишь с такой силой, чтобы сумма проекции этих сил была менее 1,1 т.

Другой случай распределенной нагрузки связан с расчетом сжатых поясов открытых мостов. Пусть на мост действует равномерно распределенная нагрузка (собственный вес, вес поезда). Верхний пояс фермы является сжатым. При некоторых допущениях можно считать, что сжимающая сила растет от середины пролета к опорам по закону треугольника.² Ф. С. Ясинский решил эту задачу для стержня постоянного сечения. По Ф. Ясинскому кр. нагрузка на каждую половину фермы

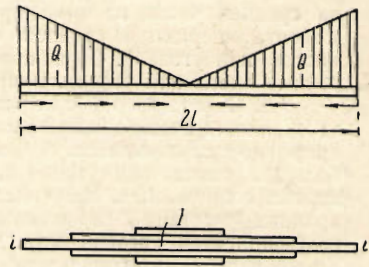


Рис. 2.

$$Q_k = \frac{5,12 EI}{l^2} \quad (8)$$

В действительности верхний пояс является стержнем переменного сечения: его момент инерции больше посредине и меньше у концов, изменяется он скачками в местах наклепки новых листов (рис. 2). Этот случай рассмотрен Н. П. Гришковой.¹ Она считает, что стержень состоит из 2 равных участков с моментами инерции i и I и находит Q_k для тех случаев, когда $i : I = 0,2, 0,4 \dots 0,8$. Затем то же делает для стержня, состоящего из 3, 4, 5 и 10 равных участков. Коэфф. устойчивости K в (8) для обоих опертых концов даны в таблице 2; I — момент инерции посредине пояса, i — на концевых участках.

¹ Н. Гришкова. „Вести. инж“. № 3 1928; „Записки Физ-мат. отд. Всеукр. Ак. наук“ т. V 1931. Динник-Лысков, „Подовжний угин“, гл. V, Днепропетровск 1932.

² С. Тимошенко. Сопр. матер. § 178, черт. 406 и § 174 черт. 401 1930.

Таблица 2

$i : I$	Число участков				
	2	3	4	5	10
0,2	1,30	1,58	1,68	1,83	1,85
0,4	2,47	2,72	2,77	2,80	2,82
0,6	3,50	3,66	3,68	3,69	3,64
0,8	4,35	4,44	4,45	4,49	4,49
1	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12

То же для стержня с обоими зажатыми концами см. таблицу 3.

Таблица 3

$i : I$	Число участков		
	2	3	4
0,2	4,53	5,44	5,71
0,4	7,80	8,55	8,57
0,6	10,25	10,61	10,60
0,8	12,35	12,28	12,24
1	13,71	13,71	13,71

Числа 5,12 и 13,71 относятся к стержням постоянного сечения.

Работу нельзя считать законченной, так как надо еще учесть то сопротивление, которое оказывают стойки и раскосы мостовой фермы выпучиванию ее верхнего пояса, т. е. решить задачу о продольном изгибе стержня переменного сечения в упругой среде или на упругих опорах.

§ 5. Устойчивость круговой арки. Круговая арка (рис. 3) радиуса R , длиной $2S$, с углом 2α при центре, под действием внешнего равномерно распределенного давления p , направленного к центру, теряет устойчивость и начинает искривляться в своей плоскости, если давление p на единицу длины достигает величины

$$p_k = \frac{\pi^2 - \alpha^2}{\alpha^2} \cdot \frac{EI}{R^3}, \quad (9)$$

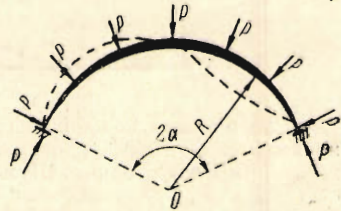


Рис. 3.

Формула (9) относится к арке постоянного сечения. В мостостроении же применяются почти исключительно арки переменного сечения, так, напр., на одном из мостов через Днепр сечение арки прямоугольник шириной 80 см, высота в ключе 120 и у опоры 210 см, в других арках того же моста тоже прямоугольник шириной 70 см и высотой 80 и 150 см, т. е. о постоянном I не может быть и речи. Поэтому мы занялись задачей об устойчивости арок переменного сечения.¹ Оказалось, что критическая нагрузка может быть представлена формулой

$$p_k = \frac{CEI}{R^3}. \quad (10)$$

Удобнее вместо критич. нагрузки p_k ввести критическое значение опорной реакции

$$P_k = p_k R = \frac{KEI}{S^2}, \quad (11)$$

¹ Работа еще не напечатана. Вычисления выполняли асп. Л. Афендик, А. Леченко и студентка Т. Ершова.

где $2S$ длина дуги арки. Коэффициенты устойчивости C и K зависят только от закона изменения $I(S)$ вдоль длины арки и от способа закрепления концов ее. Для арки с опертыми концами, если жесткость ее меняется от опор к середине (или наоборот) по степенному закону (2) при $m=1, 2$ и 3 или по показательному (5), задача уже закончена. Некоторые из результатов даны в таблице 4. Предельный случай $\alpha=0$ относится к прямолинейному стержню, сжимаемому продольной силой P , сечение которого изменяется по закону (2).

Таблица 4 для $m=1$

$i : I$	2α			
	0°	60°	120°	180°
0,1	4,67	4,54	4,16	3,53
0,2	5,41	5,26	4,82	4,08
0,4	6,68	6,48	5,94	5,02
0,6	7,80	7,58	6,94	5,86
0,8	8,56	8,62	7,88	6,66
1	π^2	9,60	8,77	7,40

Таблица 5 для $m=3$

$i : I$	2α			
	0°	60°	120°	180°
0,1	3,28	3,18	2,93	2,47
0,2	4,52	4,39	4,04	3,41
0,4	6,28	6,12	5,59	4,73
0,6	7,66	7,45	6,81	5,75
0,8	8,83	8,59	7,85	6,62
1	π^2	8,60	8,77	7,40

Вычисления коэффициента устойчивости для других случаев арок переменного сечения продолжаются. Дифф. ур-ния изгиба интегрировались по способу Штермера.

§ 6. Расчет башни Шухова. Башня Шухова представляет собою сетчатую конструкцию, состоящую из прямолинейных стержней, совпадающих с 2 системами прямолинейных образующих однополлого гиперболоида (рис. 4).

Отдельные стержни связаны между собою горизонтальными кольцами. Сетки такого типа имеют большое распространение в виде водонапорных башен, маяков, радиомачт и т. п. В 1930 г. на одном из местных заводов произошла катастрофа с башней Шухова. Водонапорная башня высотой около 45 м, с баком емкостью около 250 куб. м, рухнула через несколько дней после вступления ее в эксплуатацию. Башня упала не на бок, а сложилась как бы гармоникой: водонапорный бак и почти все части рухнувшей башни оказались лежащими внутри контура основания. Ясно, что причиной катастрофы была недостаточная устойчивость башни. Один из наших сотрудников В. П. Лысков занялся расчетом таких башен на устойчивость, принимая во внимание податливость колец башни. Он показал, что упомянутая башня обладала достаточным запасом устойчивости для деформаций, симметричных относительно оси, и недостаточным для деформаций несимметричных. Далее нами был собран материал еще по нескольким башням той же системы. При проверке их на устойчивость по Лыскову оказалось, что они обладают самыми разнообразными запасами устойчивости. Очевидно, для этих башен расчет на устойчивость сетчатой оболочки или вовсе не делался или делался неправильно. Катастрофа в Нижнеднепровске является грозным предостережением, что примитивный метод расчета, рекомендуемый в некоторых курсах статике сооружений, является неправильным и должен быть заменен другим. В 1932 г., по предложению Днепропетровского института сооружений нашими сотрудниками В. Лысковым, А. Пеньковым и Н. Гришковым был раз-

работан метод расчета таких башен как на прочность, так и на устойчивость. При расчете на прочность были применены и развиты методы Rühl'я и Müller-Vogel'a для расчета дрижаблей; при расчете на устойчивость критическая нагрузка находилась по методу потенциальной энергии, учитывая как изгиб стоек, так и изгиб и кручение колец; сама гиперболическая оболочка башни принимала волнообразный характер. Результаты сильно отличаются от полученных по старым методам. Работа закончена и поступает днях в печать.

§ 7. Модуль упругости каната. Удлинение стержня при его растяжении выражается формулой

$$\lambda = \frac{Pl}{EF},$$

где E — модуль упругости при растяжении (модуль Юнга) для материала данного стержня; значение всех остальных букв этой формулы достаточно известны и не нуждаются в пояснении; пределы применимости формулы тоже известны.

Удлинение каната при его растяжении тоже может быть представлено формулой

$$\lambda = \frac{Pl}{E_k \cdot F_k} \quad (1)$$

где E_k модуль упругости каната. При многих технических расчетах надо знать эту величину E_k . Так, например, при подсчете динамических напряжений в подъемных рудничных канатах, при расчете тросов радиомачт, канатных передач, температурных напряжений в провисающих электрических проводах, висячих мостах и т. п. Если мы обратимся к новейшим справочникам, то там для E_k находим такие формулы. В последнем издании Hütte (т. I, стр. 605, 1929) для канатов обычной свивки (спиральных канатов) дается $E_k = 0,6 E$, для канатов двойной свивки $E_k = 0,36 E$, для канатов тройной свивки $0,216 E$, где E модуль упругости проволоки. Таким образом по Hütte, беря для стали в круглых числах 20000 кг/см , получаем $E_k = 12000, 7200$ и 4300 , смотря по роду свивки.

Для стальных канатов двойной свивки по Баху $E_k = \frac{3}{8} E = 7600$, по Бауману $E_k = \frac{1}{3} E = 7000$. В Новой технической энциклопедии в статье „Канатная передача“ дано $7000-8000$. Для медных проводов, принимая для меди $E = 12000$, имеем по формулам Hütte $E_k = 7200, 4300$ и 2800 .

Все опыты, произведенные в последнее время, показывают, что в действительности модуль упругости для канатов значительно больше приведенных выше чисел и существенно зависит от системы свивки и конструкции каната. Мы получили простую приближенную формулу (4) для вычисления модуля упругости каната, учитывающую как материал так и конструкцию и систему свивки каната. Формула эта удовлетворительно сходится с опытами и ей можно пользоваться при технических расчетах. Не останавливаясь на выводе формулы, приведем лишь результаты.¹ Рассмотрим сначала канат простой свивки (спиральный). У него имеется сердечник с модулем упругости E_0 и площадью F_0 и два или несколько слоев навитых на сердечник проволоки. Число проволок в каждом слое, площадь сечения, угол наклона к оси каната и модуль Юнга назовем через $n_1, n_2, \dots; F_1, F_2, \dots; \varphi_1, \varphi_2, \dots; E_1, E_2, \dots$. Модуль упругости каната

$$E_k = \frac{E_0 F_0 + n_1 E_1 F_1 \cos^3 \varphi_1 + n_2 E_2 F_2 \cos^3 \varphi_2 + \dots}{F_0 + n_1 F_1 \sec \varphi_1 + n_2 F_2 \sec \varphi_2 + \dots} \quad (2)$$

Формула эта учитывает как упругие свойства проволок, так и площадь сечения и наклон их к оси каната. По ней можно вычислить E_k как для канатов, свитых из проволок разного диаметра и формы (система компаунд, замкнутые из фасонных проволок), так и для канатов, свитых из проволок разных материалов (напр. стале-алюминевые электрические кабели).

Если проследить за выводом этой формулы, то легко убедиться, что она является приближенной и к тому же довольно сложной. Ее можно сильно упростить, введя следующие допущения:

1) все проволоки в канате одинаковы, т. е. имеют один и тот же E и одну и ту же площадь;

2) влиянием сердечника будем пренебрегать,

3) будем считать, что углы наклона всех проволок к оси пряди одинаковы.

Это последнее положение, вносящее весьма существенное упрощение, надо пояснить. Дело в следующем: углы φ для различных слоев проволоки одного и того же каната спи-

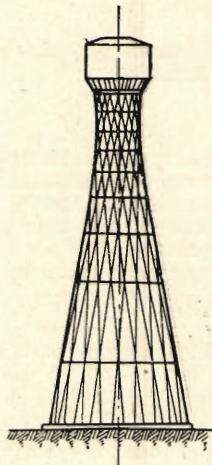


Рис. 4.

¹ А. Дипник. Приближенная формула для модуля упругости канатов, „Вест. инж.“ № 11, 1931.

ральной свивки мало отличаются друг от друга; эти углы всегда невелики ($12-18^\circ$) в самых неблагоприятных условиях; эти углы φ везде входят только под знаком косинуса. Косинусы же небольших углов мало отличаются друг от друга, значительно меньше, чем самые углы. Поэтому, стремясь получить простую приближенную формулу, можно смело вместо близких друг к другу углов, $\varphi_1, \varphi_2 \dots$ взять средний угол, φ , т. е. считать, что

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi.$$

Введя эти упрощения, получаем очень простую приближенную формулу для каната спиральной свивки

$$E_k = E \cos^4 \varphi. \quad (3)$$

Формулы (2—3) относятся к спиральным канатам, т. е. к канатам наиболее простой конструкции. На практике главным образом применяются канаты двойной свивки, т. е. канаты, составленные из нескольких прядей, навитых на пеньковый или металлический сердечник. Каждая прядь, в свою очередь, свита из отдельных проволок, навитых в один, два, три слоя на свой сердечник. Таким образом канат двойной свивки является составным канатом, составленным из нескольких простейших канатов ординарной свивки (прядей). Модуль упругости такой пряди по (3) $\frac{1}{2}$

$$E_{np} = E \cos^4 \varphi_1$$

Модуль упругости каната, свитого из этих прядей,

$$E_k = E \cos^4 \varphi \cos^4 \psi. \quad (4)$$

Здесь ψ — угол наклона оси пряди к оси каната; φ — средний угол наклона проволок в пряди к ее оси; E — модуль Юнга для проволоки.

Аналогичную формулу можно составить и для каната тройной свивки (кабельные канаты).

Формулы (3—4), как видно из самого вывода их, являются приближенными. Поэтому, как каждый вывод, полученный теоретически путем, да к тому же приближенно, надо проверить их на опыте. При этом заранее можно сказать, что формула (4) для канатов двойной свивки, как выведенная с большим числом произведенных допущений, будет давать худшие результаты, чем (3) для спиральных канатов; еще худшие результаты должна давать аналогичная формула для канатов тройной свивки.

Уже старые опыты показали, что модуль упругости для различных канатов весьма различен. Причина такого разногласия разъясняется формулами (1—4). По ним E_k не является величиной постоянной для канатов всех типов, он зависит не только от того, будет ли канат простой, двойной или тройной свивки, как это указывается у Hütte; он зависит как от степени свивки, так и от числа проволок и от угла наклона их к оси пряди и к оси каната. И нет ничего удивительного, что различные исследователи получили из своих опытов различные значения для модуля: они исследовали канаты различной конструкции. Эти же формулы дают указания на то, что E_k должен несколько зависеть от величины растягивающей силы. В самом деле E_k зависит от углов φ, ψ . При растяжении каната углы φ, ψ уменьшаются, их косинусы увеличиваются, следовательно E_k должен увеличиться, что подтверждается опытами Стефан и других. Но это увеличение модуля вообще невелико, так как при малых изменениях небольших углов φ, ψ их косинусы изменяются очень мало. Лишь в отдельных случаях, при неудачной конструкции или свивке каната, это увеличение модуля E_k может сделаться довольно большим.

В 1931 г. Г. А. Скуратовым и П. И. Кочуговым были произведены в нашей Механической лаборатории опыты с канатами диаметром от 6 до 35 мм. Напряжение при опытах были $70-90 \text{ кг/мм}^2$ при проволоке с разрывным сопротивлением в среднем 150 кг/мм^2 .

Результаты определения E_k из опыта и вычислением по (3—4) даны в таблице; там же дано в процентах отступление теоретической формулы от опыта.

	E_k вычисл.	E_k из опыта	Разность в процентах	Примечание
6 мм	18 500	19 500	5	простая свивка
6 "	18 500	17 400	6	
35 "	14 900	13 000	11	двойная свивка
34 "	16 500	15 000	10	
23 "	17 600	16 500	7	

Перечисляя результаты других опытов, как наших, так и иностранных, можно прийти к такому выводу: для канатов простой свивки E_k , вычисленный по приближенной формуле

(3), получается более найденного на опыте примерно на 5% для стальных канатов и на 10% для медных; для стальных канатов двойной свивки примерно на 10%.

§ 8. О явлении резонанса в подъемниках. Трест „Уголь“ обратился в прошлом году к автору настоящего доклада с просьбой выяснить причину сильных колебаний поднимающейся клетки на одном из рудников. Подъемник был с бидилиндроконическим барабаном. Прежде всего у нас возник вопрос, нет ли здесь резонанса. Действительно, в сооружениях или машинах, находящихся под действием переменных сил, всегда надо опасаться резонанса, так как он может вызвать появление больших напряжений и в конечном итоге разрушение сооружения. В подъемном канате опасность возникновения резонанса вообще невелика. Дело в том, что резонанс возникает тогда, когда частота p колебаний внешней силы равна частоте n собственных колебаний сооружений. Для клетки главной внешней силой являются толчки со стороны копрового шкива (его эллиптичность, восьмерка и т. п.) или со стороны машины.

При цилиндрическом барабане копровой шкив и машина идут в средней части подъема с приблизительно постоянной скоростью (не считая периодов разгона и торможения). Поэтому частота толчков остается приблизительно постоянной.

Частота свободных колебаний клетки n зависит от длины каната. С уменьшением длины каната, т. е. для поднимающейся клетки, она увеличивается с увеличением, т. е. для опускающейся клетки, — уменьшается. Таким образом, если в какой-либо момент времени n делается равным p и наступают условия, благоприятные для резонанса, то в следующий момент времени, благодаря изменению длины каната, изменится n и клетка автоматически выйдет из области резонанса. Иначе будет при коническом барабане. Рассмотрим, например, поднимающуюся клетку. Пусть барабан вращается с постоянной угловой скоростью. При этом шкив на копре будет вращаться с постоянно увеличивающейся скоростью. Шкив будет давать толчки и частота этих толчков не будет постоянна, а будет постепенно увеличиваться, т. е. p будет увеличиваться. С другой стороны, длина каната l уменьшается, поэтому частота свободных колебаний клетки будет постепенно увеличиваться. Таким образом, вполне возможно, что в продолжение значительной части подъема $p = n$, клетка не выйдет из области резонанса, как при подъемнике с цилиндрическим барабаном, а будет оставаться в ней. В канате возникнут сильные колебания, которые будут вызывать усиленный износ его и грозить обрывом. То же самое явление возможно при коническом барабане и для опускающейся клетки. Вопрос сводится к задаче о колебании груза, висящего на упругой нити переменной длины. В случае равномерного и равномерно-ускоренного движения соответственные дифф. ур-ия интегрируются с помощью цилиндрических и сферических функций. Задача была разобрана асп. П. Пеньковым. Оказалось, что в случае конического барабана подъемная клетка может значительную часть своего пути находиться в области резонанса. Взяв числовые данные для упомянутого выше подъемника, мы убедились, что поднимающаяся (груженная) клетка движется в области резонанса, опускающейся же (порожней) клетки резонанс не угрожает. Таким образом, причина колебаний клетки, на которые жалуется рудоуправление, была выяснена. Окончательный вывод из этой работы таков: скорость и вес клетки в подъемнике с коническим или дилиндроконическим барабаном должны быть выбраны так, чтобы частота свободных колебаний клетки на канате не совпадала с угловой скоростью копрового шкива.¹

§ 9. Таблица функций Бесселя. Ряд задач, с которыми нам пришлось встретиться, приводил к функциям Бесселя дробного порядка. Систематических таблиц этих функций, кроме функций порядка $n + \frac{1}{2}$ при n целом, до настоящего времени почти не было. Поэтому нами были предприняты вычисления таблиц функций $I_n(x)$ для $\pm n = 1/3, 2/3, 1/4, 3/4, 1/6$ и $5/6$ для действительного и мнимого аргумента x от 0 до 15 через интервалы в 0,1, а также корней этих функций. Таблицы закончены и напечатаны в издании Всеукраинской Академии наук. Деятельное участие в вычислении этих таблиц принимали студенты Л. Афондик, А. Ершов и Г. И. Кулик.

§ 10. Опыты. Мы не будем останавливаться на экспериментальных работах, произведенных за 3 последних года в нашей Механической лаборатории, так как они относятся скорее к испытанию материалов, чем к теории упругости. Скажем только, что кроме опытов, упомянутых в § 9, были поставлены опыты по определению модуля Юнга для каменного угля, по определению прочности пемзобетонов и бетонов из шлаков доменных и мартеновских печей,² а также опыты по выяснению влияния спаек на прочность проволочных канатов.³

§ 11. В заключение настоящего обзора я еще раз хотел бы подчеркнуть необходимость планирования научно-исследовательских работ по механике. Кафедры Теории упругости при ВУАН и Сопротивления материалов при ДМИ работают по четко намеченному плану: разработка вопросов Теории упругости и Сопротивления материалов, выдвигаемых нашей горной и металлургической промышленностью, а также разработка вопросов устойчивости. Мы здесь

¹ А. Динник. „Горный журнал“ № 11 1932. Работа А. Пенькова еще не напечатана.

² Н. Гришкова. „Строит. пром“, № 7, 1931; „Минеральное сырье“, № 2 1931; „Науково-Техн. Вісник“, № 9, 1930.

³ А. Динник. „Горный журнал“, № 12, 1929. „Инженерный работник“ №№ 3—4 1931.

в Днепропетровске занимаемся определенными вопросами из этих областей. Но, быть может другие научные работники или организации в другом месте занимаются как раз теми же вопросами. Тогда мы работаем параллельно, кто-то из нас непроизводительно тратит время и силы. Надо составить четкий план во всесоюзном масштабе, наметить определенные темы и поручить их определенным организациям или лицам персонально. В этом я вижу одну из важнейших задач конференции по механике и в этом мог бы сильно помочь нам всем сборник „Пр. мат. и механика“.

А. Н. Динник.

Ответств. редактор: *Е. Л. Николаи.*

Технич. редактор: *Р. С. Эйдус.*

Слана в набор 9/IX 1933 г.

Индекс Т-60. ГТТИ № 305.

Ленгорлит № 30100.

Подписана к печати 7/II 1934 г.

Тираж 2000 экз.

Заказ № 1052.

Формат бум. 72×110 см., печ. л. 11¹/₂ (11530) печ. зн. в бум. л.) Бум. л. 5³/₄. Выход в свет 1934 г.

2-я тип. „Печатный Двор“ треста „Полиграфкнига“, Ленинград, Гатчинская, 26.