

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ, НЕСУЩИХ ТВЕРДЫЕ ЧАСТИЦЫ

В. С. Жуковский и П. М. Волков (Ленинград)

§ 1. Постановка вопроса

Теоретическое решение вопроса об относительном движении твердых частиц в потоке жидкости представляется весьма трудным, даже при наимпростейших условиях задачи. Между тем существует множество технических устройств, для правильной работы которых необходима искусственная организация процесса движения твердых частиц. Экспериментальное изучение этих процессов в эксплоатационной обстановке не может обеспечить достаточной глубины понимания связи между отдельными факторами, определяющими собой характер движения. В силу этого возникает мысль о развитии метода исследования картины движения твердых частиц путем моделирования явления. Конкретным поводом к постановке этой задачи в Физико-техническом секторе ЛОТИ послужило привлечение ЛОТИ к систематической работе по освоению и усовершенствованию топки для фрезерного торфа системы А. А. Шершиева, установленной и в настоящее время успешно работающей на Брянской ГЭС¹.

Для осуществления модели явления необходимо удовлетворить двум категориям несвязанных между собой условий подобия: во-первых, условиям подобия потоков жидкости и, во-вторых, условиям подобия движения твердых частиц по отношению к потоку жидкости. Следует отметить, что в наиболее общем случае обе категории условий не могут рассматриваться как независимые, ибо присутствие в жидкости твердых частиц должно с принципиальной точки зрения оказывать влияние на структуру и динамику самого несущего потока. Рассмотрение задачи в таком виде представляет однако чрезвычайно большие трудности. Между тем во многих практических случаях обратное воздействие твердых частиц на несущий поток повидимому весьма незначительно. Поэтому решение задачи, основанное на раздельном моделировании потока жидкости и процесса относительного движения частиц, может рассматриваться в качестве первого, но тем не менее далеко ведущего, приближения.

§ 2. Условия для моделирования несущего потока

Условия, необходимые для воспроизведения несущего потока, подобного исследуемому, сводятся к следующему²:

¹ См. ст. Г. Ф. Кнорре и П. М. Волкова. „Моделирование работы топки Шершиева“. Известия ВТИ, №№ 11/12, 1931.

² М. В. Кирпичев и А. А. Гухман. „Теория подобия“. Труды Гос. Физ.-тех. лаборатории. Вып. 9, 1929.

М. В. Кирпичев и А. А. Гухман. „Применение теории подобия к опыту“. Сборник трудов Лен. Обл. Теплотехн. ин-та. Вып. 1, 1931.

1. Модель должна быть выбрана так, чтобы были подобны:
 - а) геометрические контуры стенок, ограничивающих поток,
 - б) картина распределения скоростей во входных сечениях,
 - в) поля плотности и вязкости во всем рабочем пространстве.

2. Численные значения критерия $Re_0 = \frac{\rho_0 w l}{\mu}$ в какой-либо паре сходственных сечений должны быть одинаковыми. Здесь ρ_0 есть плотность жидкости, w — ее скорость, l — определяющий размер поля течения, μ — коэффициент вязкости.

Подобие полей плотности и вязкости может быть точно реализовано только в тех случаях, когда в исследуемом образце происходит изотермический процесс. Однако, опыт показывает, что при моделировании целого ряда неизотермических процессов с помощью холодного воздуха или даже воды заметного искажения картины движения не наблюдается, хотя подобие полей физических констант и не имеет места. Поэтому для практических надобностей можно часто удовлетворяться приближенным подобием, отступая от требования о постоянстве значений ρ_0 и μ во всем рабочем объеме.

§ 3. Принцип моделирования относительного движения частиц

Для нахождения правил моделирования относительного движения твердых частиц введем несколько упрощающих предпосылок. Примем, что твердые частицы имеют простую геометрическую форму и ориентируются во время полета таким образом, что их миделево сечение остается постоянным. Кроме того, предположим, что вращение частицы вокруг своего центра тяжести не оказывает существенного влияния на динамику полета и что никакого взаимодействия между отдельными частицами не существует. Наконец будем считать, что кривизна траекторий элементов несущего потока не столь велика, чтобы возникла необходимость в учитывании поверхностных сил, приложенных к частицам в связи с неравномерным распределением давления в жидкости. Эти предположения ограничивают в некоторой степени общность дальнейших выводов, однако, ни в какой мере не затемняют принципиального содержания задачи.

Уравнение движения твердой частицы может быть представлено в такой форме:

$$M \frac{d\vec{v}}{dt} + c F \frac{\rho_0 \vec{u} \vec{u}}{2} = \vec{g} V (\rho - \rho_0) \quad (A)$$

где M и V — масса и объем частицы,
 F — площадь миделева сечения,
 \vec{v} — абсолютная скорость частицы,
 \vec{u} — относительная скорость частицы,
 c — коэффициент сопротивления,
 ρ — плотность частицы,
 ρ_0 — плотность жидкости.

Если ограничиться в настоящей работе лишь случаями движения твердых частиц в газах, плотность которых ρ_0 чрезвычайно мала по сравнению с ρ , то правый член уравнения A может быть упрощен за счет пренебрежения Архимедовой силой $g V \rho_0$ по сравнению с силой тяжести $g V \rho$. В дальнейшем только эту силу и будем принимать в расчет.

Коэффициент сопротивления c является функцией критерия Рейнольдса для относительного движения частицы

$$c = f(Re) = f\left(\frac{\rho_0 w d}{\mu}\right),$$

где d — определяющий размер последней.

Для удобства дальнейших выкладок представим эту зависимость в виде экспериментальной формулы

$$c = \frac{C_0}{Re^m} \quad (B)$$

в которой следует считать

$$m = f(Re) \quad (C)$$

Соединяя (B) и (A), находим

$$M \frac{d\vec{v}}{ds} + \frac{C_0}{Re^m} F \frac{\rho_0 \vec{u} \vec{u}}{2} = \vec{g} V \rho. \quad (A')$$

В уравнении (A'), наряду с абсолютной скоростью частицы \vec{v} , фигурирует также ее относительная скорость \vec{u} . В общем случае мы можем представить себе такое подобное преобразование, при котором множители $v_v = \frac{v''}{v'}$ и $v_u = \frac{u''}{u'}$ получают различные численные значения, вследствие чего в модели масштаб абсолютных скоростей частицы отличается от масштаба ее относительных скоростей. Однако, это решение лишено практического интереса, ибо основным требованием, которому должна удовлетворять всякая модель механического процесса, является прежде всего полное кинематическое подобие сопоставляемых систем. Поэтому множители подобного преобразования v_v и v_u должны быть выбраны не произвольным образом, а только так, чтобы они были равны друг другу. Этим самым автоматически определяется множитель $v_w = \frac{w''}{w'}$, которым устанавливается масштаб скоростей несущего потока жидкости, так как величины w , u и v взаимно связаны правилом геометрического сложения.

Итак, необходимой предпосылкой осуществления модели явления служит требование, чтобы

$$v_v = v_w = v_u$$

Только при этом условии траектории твердых частиц будут ориентированы подобным образом по отношению к ограничивающим несущий поток стенкам, вследствие чего изучение процесса движения в образце сможет быть замещено более доступным исследованием модели. Равенство множителей преобразования скоростей w , u и v оказывается вполне реализуемым, так как относительные скорости частицы могут быть в любом месте устанавливаемы совершенно независимо от выбора масштаба скоростей несущего потока.

В самом деле, относительная скорость определяется характером силовых воздействий поля течения на частицу.

Эти силовые воздействия складываются из объемных сил тяжести и поверхностных сил гидродинамического сопротивления. Обе категории сил находятся в полном нашем подчинении, ибо путем соответствующего выбора размера частицы, ее плотности и плотности несущей жидкости может варьироваться действие силы тяжести, тогда как вязкость жидкости оставляет еще одну степень свободы в отношении величины гидродинамического сопротивления. Следовательно, в любой паре сходственных точек на границах величина множителя v_u может быть физически задана произвольным образом, и в частности так, чтобы удовлетворялось равенство $v_u = v_v$, а следовательно и равенство $v_u = v_v = v_w$. Таким образом задача моделирования процесса движения частицы сводится к отысканию ограничительных условий, накладываемых на выбор множителей подобного преобразования, при которых локальное кинематическое подобие распространяется на всю область течения.

Условия, ограничивающие произвольность выбора множителей подоб-

ного преобразования, находятся с помощью приемов, излагаемых в теории подобия.

Рассматриваемая задача обладает, однако, одной особенностью, вытекающей из структуры того члена уравнения (A'), которым характеризуется гидродинамическое воздействие потока на частицу. Если преобразуемая величина является простым степенным комплексом вида $x^a y^b z^c$, где a, b и c — постоянные числа, то над ней можно произвести совершенно произвольное подобное преобразование, выбирая в качестве множителей ν_x, ν_y, ν_z любые числа. В состав указанного члена входит, однако, величина $Re^m = Re^{f(Re)}$, не представляющая собой простого степенного комплекса. Очевидно, применительно к ней могут быть допущены только такие подобные преобразования, в результате которых она преобразуется подобным образом как одно целое: смысл этого условия заключается в следующем. В различных точках поля значения Re , а следовательно и $Re^{f(Re)}$, различны. Однако, отношение комплексов $Re^{f(Re)}$, взятых в любой паре сходственных точек сравниваемых между собою систем, должно равняться какому-либо постоянному числу ν . Иными словами, отношение

$$\frac{\nu_{Re} \cdot Re^{f(\nu_{Re} \cdot Re)}}{Re^{f(Re)}} = \nu$$

же должно быть функцией от Re . Запишем это требование в такой форме:

$$\nu_{Re} \cdot Re^{f(\nu_{Re} \cdot Re)} - f(Re) \neq \varphi(Re).$$

Указанное неравенство удовлетворяется безусловно при одном единственном условии, когда $\nu_{Re} = 1$, т. е. $Re'' = Re'$.¹ Отсюда следует, что показатель $m = f(Re)$ должен иметь в сходственных точках одинаковые значения, т. е. $m = \text{idem}$. Таким образом, число m получает значение одного из критериев подобия.

Рассмотрим теперь физическую сущность требования $m = \text{idem}$. Как известно, при обтекании твердого тела существует две автомодельных области, внутри каждой из которых закон гидродинамического сопротивления остается идентичным, т. е. показатель m постоянным. Первая автомодельная область характеризуется значениями критерия $Re < 1$ и показателем $m = m_1 = 1$. Вторая область намечается при больших числах Re и замечательна в том отношении, что для нее $m = m_2 = 0$. В интервале между обеими областями m монотонно изменяется от единицы до нуля, являясь функцией критерия Рейнольдса. Отмеченный характер закона сопротивления может быть наглядно иллюстрирован на примере обтекания шара (рис. 1).²

Аналогичный закон изменения гидродинамического сопротивления свойственен наиболее важному в технике случаю обтекания тел несферической формы. На рис. 2 приведены опытные данные, полученные разными авторами при исследовании сопротивления тел самой разнообразной конфигурации. Интересно отметить, что в первой автомодельной области форма частичек почти совершенно не оказывается на характере и на величине сопротивления. Однако, она заметно влияет на закон сопротивления при средних и больших Re , причем переходная область к квадратичному сопротивлению во всех случаях оказывается меньше, нежели для сферы.

¹ Это следует также прямо из общей теории подобия. Действительно, необходимым условием инвариантности функции $Re^{f(Re)}$, в которой показатель степени должен быть безразмерным числом, является требование $\nu_{f(Re)} = 1$. Но Re есть единственный аргумент выражения $f(Re)$. Поэтому из $\nu_{f(Re)} = 1$ следует $\nu_{Re} = 1$.

² Заимствована из статьи L. Schiller'a: „Fallversuche mit Kugeln und Scheiben“. Handbuch der Experimentalphysik. Hydro und Aerodynamik. Band IV. 2 Teil.

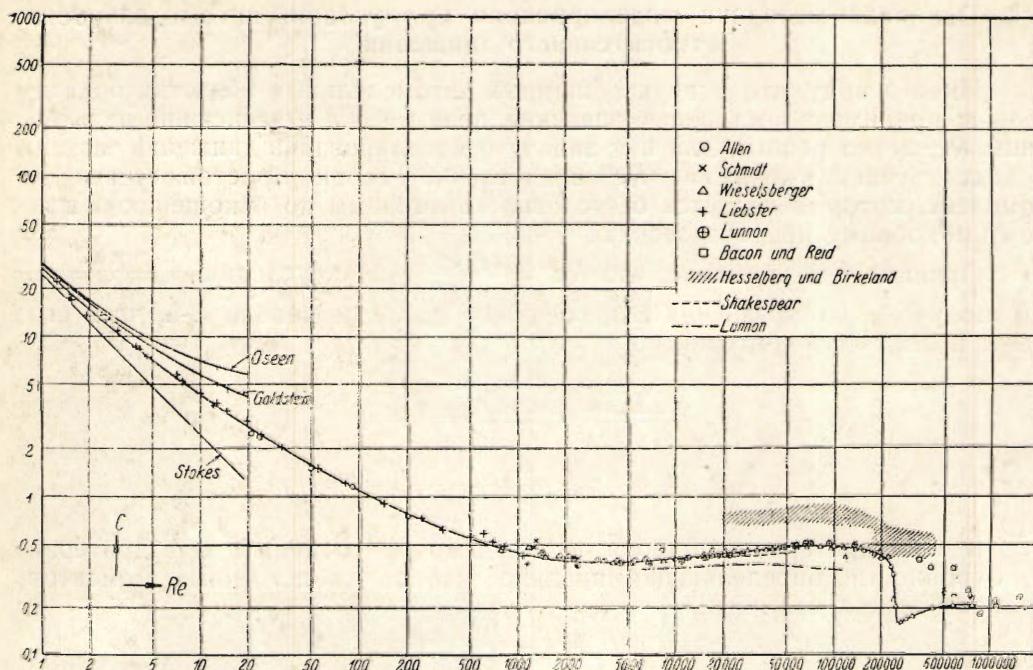


Рис. 1.

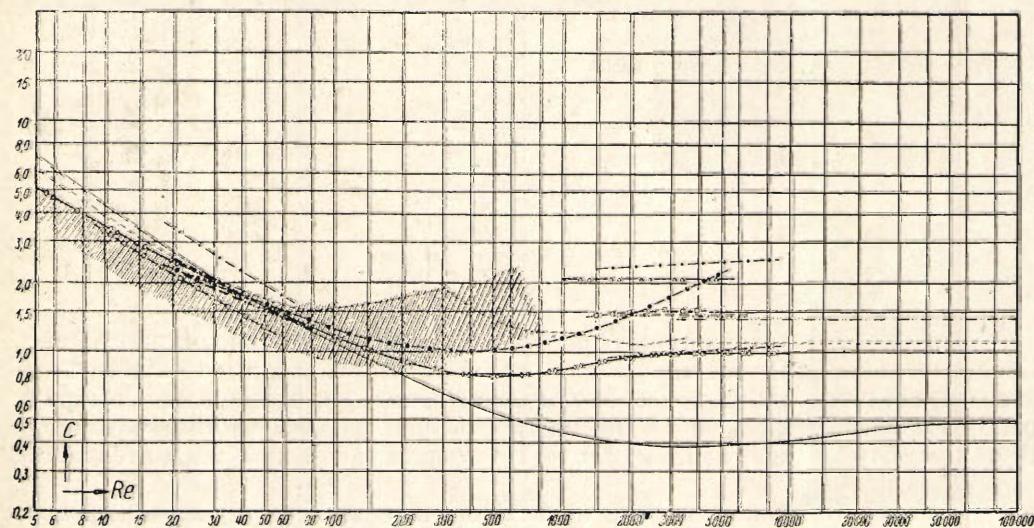


Рис. 2.

\square — \diamond — \diamond — \diamond — \diamond	шар
$-$ — $-$ — $-$	диск
$-$ · $-$ · $-$	прямоугольный диск 1 : 20
$-$ — $-$ — $-$	Опыты Prockat'a
$/\!/\!$ — $/\!/\!$ — $/\!/\!$	Опыты Rosin'a и Kayser'a
$-$ — $-$ — $-$	Опыты Krey'я
\square — \square — \square — \square — \square	тела окружной формы
\triangle — \triangle — \triangle	тела сплющенной формы
\times — \times — \times	тела овальной формы
\square — \square — \square	тела продлговатой формы
\square — \square — \square	тела плоской формы
\square — \square — \square	кубики

§ 4. Основная методика моделирования при условии автомодельности относительного движения

Имея в виду, что в двух обширных автомодельных областях показатель m принимает постоянные значения, практически независящие от величины Re , легко решить для них задачу о моделировании движения частиц. В этих случаях выражение Re^m представляет собою простой степенной комплекс, который является безусловно гомогенным по отношению к всякому подобному преобразованию.

Принимая во внимание, что $Re^m = \frac{\rho_0^m u^m d^m}{\mu^m}$ и, по условию, $v_v = v_u = v_w$, мы получаем из уравнения (A), соединяя последовательно 3-й член его с 1-м и 2-м,¹ два критерия:

$$\frac{v_{\rho_0}^{1-m}}{v_p} \cdot \frac{v_w^{2-m} v_{\mu}^m}{v_d^{1+m}} = 1$$

$$\frac{v_w}{v_t} = 1$$

К этим критериям подобия необходимо присоединить еще критерий гомохронности, определяющий правило выбора сходственных моментов времени полета частицы:

$$\frac{v_w v_t}{v_l} = 1.$$

где l есть определяющий геометрический размер потока жидкости.

Объединяя все критерии, необходимые и достаточные для осуществления модели, получаем такую систему:

$Re_0 = \text{idem}$	или	$\frac{v_w v_t v_{\rho_0}}{v_{\mu}} = 1$	1	(I)
$m = \text{idem}$			2	
$\frac{v_{\rho_0}^{1-m}}{v_p} \cdot \frac{v_w^{2-m} v_{\mu}^m}{v_d^{1+m}}$		3		
$\frac{v_w}{v_t} = 1$		4		
$\frac{v_w v_t}{v_l} = 1$		5		

Эта система содержит четыре уравнения относительно множителей v . Следовательно, если все множители, кроме четырех, заданы, то эти последние определяются однозначно. Мы можем, например, произвольно выбрать рабочую жидкость (v_{ρ_0} и v_{μ}) и плотность или размер частиц (v_p или v_d). В таком случае мы найдем соответствующие значения множителей: v_w , v_t и v_l или v_d .

Система (I) может подвернуться значительному упрощению, если ввести в нее частные значения показателя m , соответствующие обеим автомодельным областям.

¹ Здесь, как и во всех последующих выкладках, множители v_v и v_u замещаются равным им обоим множителем v_w в самом начале выполнения операции разыскания критерии подобия. Однако, можно было бы такое замещение сделать позднее, присоединив к непосредственно находимым критериям независимое от них условие $v_v = v_u = v_w$, и только после этого произведя соответствующие сокращения.

В первой автомодельной области имеем $m=1$. В силу этого из критерия (3) получаем: $v_w = \frac{v_p}{v_\mu} v_d^2$. Исключая из (4) и (5) множитель преобразования времени находим: $v_w^2 = v_l$. Окончательно имеем:

при $m=1$	$Re_0 = \text{idem}$	или	$\frac{v_{p_0} v_w v_l}{v_\mu} = 1$	1	(II')
	$v_w = \frac{v_p}{v_\mu} v_d^2$	2			
	$v_w^2 = v_l$	3			
	$v_\tau = \frac{v_l}{v_w}$	4			

Объединяя в этой системе критерии (1), (2) и (3), мы приходим к такой простой связи между множителями v_d и v_l : $\frac{v_d}{v_l} = \sqrt{\frac{v_{p_0}}{v_p}}$.

Поэтому систему (II') можно привести к такому виду:

при $m=1$	$\frac{v_{p_0} v_w v_l}{v_\mu} = 1$	1	(II)
	$\frac{v_d}{v_l} = \sqrt{\frac{v_{p_0}}{v_p}}$	2	
	$v_w^2 = v_l$	3	
	$v_\tau = \frac{v_l}{v_w}$	4	

Аналогичным образом находятся условия, соответствующие второй автомодельной области ($m=0$)

при $m=0$	$\frac{v_{p_0} v_w v_l}{v_\mu} = 1$	1	$\frac{v_{p_0} v_w v_l}{v_\mu} = 1$	1	(III)
	$v_w^2 = \frac{v_p}{v_{p_0}}$	2	$\frac{v_d}{v_l} = \frac{v_{p_0}}{v_p}$	2	
	$v_w^2 = v_l$	3	$v_w^2 = v_l$	3	
	$v_\tau = \frac{v_l}{v_w}$	4	$v_\tau = \frac{v_l}{v_w}$	4	

Следует помнить, что применение систем критериев (II) и (III) законно только при том условии, что в образце и в модели крайние значения относительных скоростей соответствуют одной и той же автомодельной области. В связи с этим к критериям, входящим в состав указанных систем, необходимо присоединить еще одно ограничительное условие, сводящееся к требованию, чтобы значения Re для относительного движения лежали внутри области, для которой в одном случае $m=1$ и в другом случае $m=0$. Очевидно, общего решения вопроса о принадлежности какого-либо сложного процесса движения к той или иной автомодельной области не существует. Поэтому в каждом частном случае приходится анализировать

специальным образом условия задачи, прибегая по мере надобности к приближенным или косвенным суждениям.

§ 5. Основная методика моделирования при произвольном законе сопротивления

Между автомодельными областями $m=f(Re)$. Поэтому при моделировании следует соблюдать условие $m=idem$ или равносильное ему условие $Re=idem$. В соответствии с этим получаем такую наиболее общую систему критериев:

$$Re_0 = idem \quad \text{или} \quad \frac{\nu_{\rho_0} \nu_w \nu_l}{\nu_{\mu}} = 1 \quad 1$$

$$Re = idem \quad \text{или} \quad \frac{\nu_{\rho_0} \nu_w \nu_d}{\nu_{\mu}} = 1 \quad 2$$

$$\nu_w^2 = \nu_d \frac{\nu_{\rho_0}}{\nu_{\rho}} \quad 3$$

$$\nu_w^2 = \nu_l \quad 4$$

$$\nu_{\tau} = \frac{\nu_l}{\nu_w} \quad 5$$

(IV)

Заметим, что критерий (3) в системе (IV) получен путем объединения критерия (3) системы (1) с условием $Re=idem$. Сочетая критерий (1) и (2) находим $\nu_d = \nu_l$, после чего из (3) и (4) следует: $\nu_{\rho} = \nu_{\rho_0}$. Окончательно имеем:

$$Re_0 = idem \quad \text{или} \quad \frac{\nu_{\rho_0} \nu_w \nu_l}{\nu_m} = 1 \quad 1$$

$$\nu_d = \nu_l \quad 2$$

$$\nu_{\rho} = \nu_{\rho_0} \quad 3$$

$$\nu_w^2 = \nu_l \quad 4$$

$$\nu_{\tau} = \frac{\nu_l}{\nu_w} \quad 5$$

(IV')

при $Re=idem$

Непосредственное рассмотрение этой системы приводит к заключению, что соблюдение условий подобия, в ней содержащихся, практически очень затруднительно. В самом деле, условие (2) означает, что малый по сравнению с образцами размер модели требует применения слишком мелких частиц, ибо $\nu_d = \nu_l$. Условие же (3) сильно ограничивает свободу выбора жидкости для модели, так как множитель преобразования плотности частицы должен совпадать с множителем преобразования плотности несущего потока.

Указанные затруднения можно обойти, отказавшись от условия $Re_0=idem$ для несущего потока. В подавляющем большинстве случаев критерий Рейнольдса для несущего потока в образце весьма значительно превосходит критическое значение Re_{kp} , вследствие чего мы имеем дело со второй автомодельной областью течения жидкости. В связи с этим даже значительное отступление от условия $Re_0=idem$ не может вызвать заметного искажения характера движения потока. Это заключение было неоднократно подтверждено путем непосредственных наблюдений и широко используется при конструировании моделей.

Отказываясь от полного подобия несущего потока, мы приходим к системе (V), которая отличается от системы (IV) только числом критериев, ибо в ней отсутствует требование $Re_0 = \text{idem}$. Таким образом имеем:

	$\frac{\gamma_{\rho_0} \gamma_w \gamma_d}{\gamma_\mu} = 1$	1	$\frac{\gamma_{\rho_0} \gamma_w \gamma_d}{\gamma_\mu} = 1$	1	
при	$\gamma_w^2 = \gamma_d \frac{\gamma_\rho}{\gamma_{\rho_0}}$	2	$\gamma_d = \frac{\gamma_{\rho_0}}{\gamma_\rho}$	2	
$Re = \text{idem}$	$\gamma_w^2 = \gamma_l$	3	$\gamma_w^2 = \gamma_l$	3	(V)
$Re_0 \neq \text{idem}$	$\gamma_z = \frac{\gamma_l}{\gamma_w}$	4	$\gamma_z = \frac{\gamma_l}{\gamma_w}$	4	

Система (V) является наиболее общей для случаев, когда можно практически пренебречь условием $Re_0 = \text{idem}$ для несущего потока. Разумеется, она применима также для моделирования процесса движения частицы в неподвижной среде.

Резюмируем сказанное. Для осуществления модели процесса движения частицы необходимо выбор множителей подобного преобразования для величин, отнесенных к сходственным точкам, подчинить одной из пяти приведенных систем, в соответствии с частными признаками задачи. Если при этом входные условия в модели подобны входным условиям в образце, то можно утверждать, что на всем протяжении поля течения устанавливается полное кинематическое подобие явлений. Это кинематическое подобие согласно общей теории вместе с тем неразрывно связано с подобием динамическим.

§ 6. Экспериментальная проверка основной методики моделирования

Изложенная методика моделирования движения твердых частиц нуждается в экспериментальном подтверждении, которое может быть получено таким образом. В каком-либо канале, по которому движется жидкость, изучается движение твердой частицы. Затем осуществляется модель этого явления, рассчитанная по одному из изложенных способов. Результаты наблюдения сопоставляются между собой. Модель реализуется наиболее просто, если в обоих случаях размер канала и рабочая жидкость одинаковы.

Самой гибкой в практическом отношении является возможность применения системы (V). Если поперечные размеры прямого канала выбраны достаточно значительными, то поток в нем может рассматриваться как неограниченный. При этом множитель γ_l теряет смысл геометрического масштаба канала и приобретает значение масштаба тех произвольных, но взаимно соответствующих отрезков, в пределах которых производится сопоставление интересующих нас кинематических величин. Единственное ограничение, которое накладывается на выбор γ_l , имеет чисто технический характер. А именно, γ_l не должно сильно отличаться от единицы, ибо в противном случае при обработке данных, относящихся к модели, сможет быть использована лишь очень малая часть экспериментального поля канала.

Принимая, что $\gamma_{\rho_0} = 1$ и $\gamma_\mu = 1$, и соединяя (3) и (4), из системы (V) получаем:

$Re = \text{idem}$	$\gamma_d \gamma_w = 1$	1	
при $\gamma_{\rho_0} = 1$	$\gamma_d \gamma_\rho = \gamma_l$	2	
$\gamma_\mu = 1$	$\gamma_w^2 = \gamma_l$	3	(VI)
	$\gamma_z = \frac{\gamma_l}{\gamma_w}$	4	

Исключая из условий (2) и (3) ν_l и из (1) и (2) ν_w , получаем систему (VI)

$$\begin{array}{r|c} \nu_w \nu_d = 1 & 1 \\ \nu_d^3 \nu_p = 1 & 2 \\ \nu_w^2 = \nu_l & 3 \\ \nu_r = \nu_w & 4 \end{array} \quad (VI)$$

В этой системе 5 переменных. Задаваясь произвольно одной из них, определяем остальные. Удобнее всего задаваться множителем ν_p . Если он лежит в пределах от 1 до 0,5 то

$$\begin{array}{l|l} \nu_d = 1,0 - 1,26 & \text{при } \nu_p = 1 - 0,5, \\ \nu_w = 1,0 - 0,795 \\ \nu_l = 1,0 - 0,63 \\ \nu_r = 1,0 - 0,79 \end{array}$$

Экспериментальная проверка теории была в первую очередь произведена на частицах сферической формы. Кроме авторов, в экспериментальной работе принимали участие М. Л. Шиллинг, разработавший метод фотографирования летящих частиц, и техник К. Л. Лукьянова.

Материалом для частиц в первой серии опытов являлась сердцевина бузины и репейника. Благодаря своей легкости, частицы имели сравнительно малые относительные скорости, что, в совокупности с небольшими скоростями воздуха в канале (трубе), дало возможность наблюдать их полет в течение довольно значительного периода времени. Во второй серии опытов были выбраны уже тяжелые сферические частицы из мела и талькохлорита. Каждая частица изготавливалась отдельно. Диаметр ее измерялся катетометром и вычислялся как средняя величина из 16 замеров. Вес частицы определялся на аналитических весах Сарториуса. Измерение и взвешивание производилось всегда два раза: до опыта и после него. Разность весов лежала обычно в пределах погрешности.

В таблице I приведены все данные, относящиеся к частицам, и полученные расчетным путем множители преобразования при полете в воздухе ($\nu_{\rho_0} = 1$, $\nu_p = 1$).

Таблица 1

М а т е р и а л	1-я серия опытов		2-я серия опытов	
	Репейник	Бузина	Мел	Талькохлорит
Диаметр d (м.м)	5,99	4,99	5,93	5,38
Отклонение от сферы				
$100 \frac{d_{\max} - d_{\min}}{2d_{\text{сред}}} (\%)$	2,2	1,6	2,4	4,4
Вес частицы (г)	0,0834	0,0834	0,240	0,239
Удельн. вес материала γ ($\text{г}/\text{см}^3$)	0,0686	0,1194	2,79	2,93
ν_d	1,201		1,1	
ν_p	0,575		0,752	
ν_w	0,832		0,91	
ν_r	0,832		0,91	
ν_l	0,69		0,82,8	
Отклонение $\frac{\nu_p - \rho_0}{\nu_p}$ от 1	$< 0,9\%$		$< 0,1\%$	
ν_p действ	0,575		0,748	

Выбранные частицы падали в построенной экспериментальной деревянной трубе прямоугольного сечения 580 × 200 мм. Одним своим концом она присоединялась к патрубку вентилятора. Другой конец трубы, через который всасывался воздух, заканчивался раструбом *а* рис. 3., спрофилированным в соответствии с указаниями аэродинамики. Для зрительного наблюдения и фотографирования, на расстоянии 1 метра от входа одна боковая стенка была заменена зеркальным стеклом *б* длиною 1 метр. На этом же участке была застеклена нижняя стенка с целью освещения внутренней полости трубы боковым пучком света. Для того, чтобы пучок света не касался боковых стенок, к нижнему стеклу с наружной стороны был приделан прямоугольный щелевой патрубок *в*, ограничивающий рас-

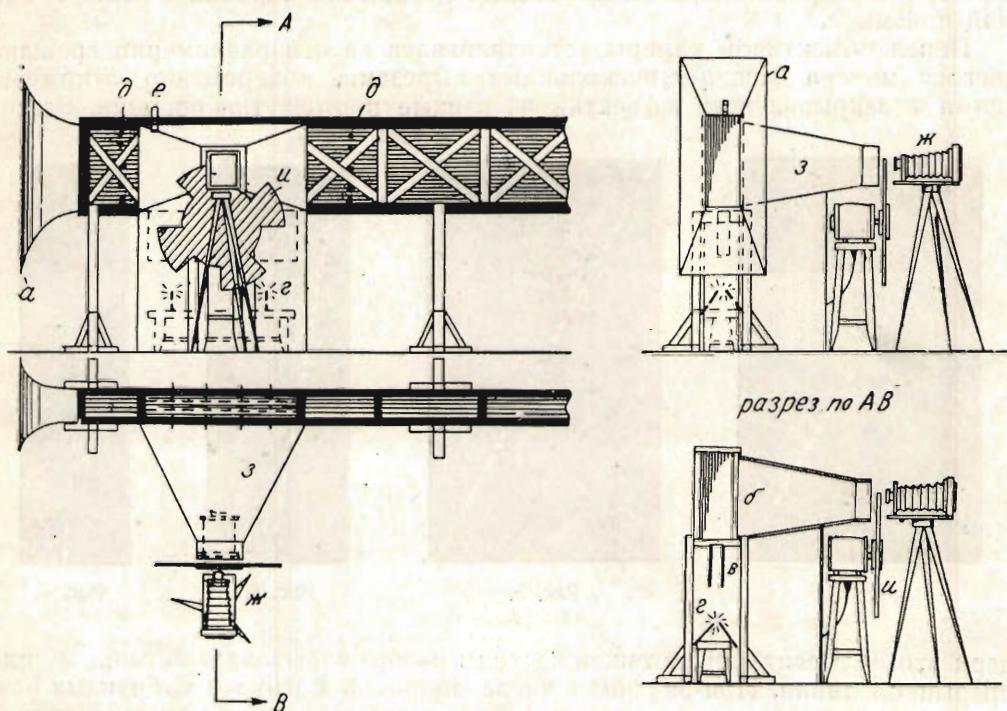


Рис. 3.

пространение света в стороны. Внутренние стенки трубы и щелевого патрубка, за неимением черного бархата надлежащего качества, были выкрашены оптически-черной краской Гофмана. Источником света служили четыре дуги *г*, расположенные в ряд под щелью патрубка. Для освещения применялся постоянный ток, по 50 ампер на дугу.

Для предварительного изучения полей скоростей в трубе по ее длине имелись отверстия *д* для ввода трубок Прандтля. Температура воздуха измерялась ртутным термометром, расположенным во входном сечении трубы.

Частицы, движение которых наблюдалось, вводились с помощью короткой трубы *е*, обтекаемой формы, в верхнюю часть канала. Устье трубы располагалось на таком расстоянии от стенки канала, где устанавливалось постоянное поле осевых скоростей воздуха. Самая подача осуществлялась следующим образом: в трубке создавалось разрежение и частица присасывалась к нижней ее части. Немедленно вслед за открытием затвора фотоаппарата давление в подающей трубке сравнивалось с атмосферным, и частица, отрываясь от нее, начинала падать.

Самое исследование производилось следующим образом: при установленной скорости воздуха, в трубу вводилась одна из частиц, движение которой изучалось. Попадая в световое поле и увлекаемая воздушным потоком, она описывала траекторию в виде ярко светящейся линии на черном фоне. Затем скорость воздуха изменялась соответственно условиям, выражаемым системой (V), и в трубу вводилась другая частица, движение которой сопоставлялось с движением первой частицы.

Снимки полета частицы производились расположенным перед боковым зеркальным стеклом фотографическим аппаратом $\text{ж}, 13 \times 18 \text{ см}^2$, с объективом Tessar-Zeiss при $F = 250 \text{ мм}$ и светосиле $S/4,5$. Для устранения вредного действия постороннего освещения, комната затемнялась, и между стеклом трубы и фотоаппаратом помещалась защитная коробка в виде усеченной призмы z .

Перед объективом камеры устанавливался на оси равномерно вращающегося мотора диск u с несколькими вырезами, попаременно открывавшими и закрывавшими объектив на равные промежутки времени. Благо-



Рис. 4.



Рис. 5.



Рис. 6.



Рис. 7.

даря этому траектории летящей частицы изображалась на пластинке в виде прерывной линии. При заданном числе оборотов мотора и выбранных размерах и плотностях частиц, число зубцов и вырезов диска устанавливалось таким, чтобы за время открытия объектива частица оставляла бы след достаточной длины. В нашей установке было принято число оборотов мотора $n = 1500$ и крестообразная форма диска. При этих условиях продолжительность открытия объектива равнялась примерно 1/200 сек. и длина черточки на пластинке в конце движения была равна около 3-х мм .¹

Обработка фотографий производилась двумя способами.

I. Измерялось отношение отрезков времени τ'' и τ' , соответствующих перемещению частиц на расстояния, взаимно связанные условием: $\frac{\tau''}{\tau'} = \frac{v_2}{v_1}$. В случае подобия сопоставляемых процессов движения, это отношение $\frac{\tau''}{\tau'}$ должно, очевидно, численно совпадать с множителем преобразования времени v_2 , вычисляемым из условия гомохронности. В таблице 2 содержится цифровой материал, полученный в двух сериях опытов с легкими и тяжелыми частицами. Сравнение столбцов 10 и 11 приводит к заключе-

¹ Более детально вопросы, связанные с фотографированием, освещены в статье М. Л. Шилинга. „Определение кинематических величин фотографическим путем“. Труды Всесоюз. Инст. тепло-гидро-энергет. оборудования. (В печати).

Таблица 2

No последу- ющей пары	№ фиг. летящих частиц	Материал частиц	Скорость воздуха в трубе w (м/сек)	Tempera- тура воздуха T (°C)	Re_0	ψ_w для трубы	Отношение участков наблюдения η_L	Число черточек и разрывов η_T	ψ_T выч. экспр.	ψ_w выч.	ψ_w экспер.	12
1 - я се- рия опыт- ов												
1	—	Репейник	0	25,7	—	—	0,692	50	0,833	0,833	0,832*	0,831
2	—	Бузина	0	—	—	—	60	—	—	—	—	—
3	—	Репейник	1,73	25,5	$33,5 \cdot 10^3$	0,832	0,692	51	0,832	0,823	0,832	0,840
4	—	Бузина	2,08	—	$40,3 \cdot 10^3$	—	62	—	—	—	—	—
5	4	Репейник	2,51	24,2	$49,2 \cdot 10^3$	0,823	0,692	57	0,832	0,815	0,832	0,848
6	5	Бузина	3,05	—	$59,7 \cdot 10^3$	—	70	—	—	—	—	—
7	—	Репейник	4,11	24,3	$80,6 \cdot 10^3$	0,83	0,692	57	0,832	0,815	0,832	0,848
8	—	Бузина	4,95	—	$97 \cdot 10^3$	—	70	—	—	—	—	—
2 - я се- рия опыт- ов												
9	—	Мел	0	21,4	—	—	0,828	49	0,91	0,908	0,91	0,90
10	—	Талько-хло- рит	0	—	—	—	54	—	—	—	—	—
11	6	Мел	6,3	—	$125 \cdot 10^3$	0,906	0,828	54	0,91	0,915	0,91	0,903
12	7	Талько-хло- рит	6,96	21,4	$138 \cdot 10^3$	—	—	59	—	—	—	—

*

нию, что экспериментально найденные множители γ_v практически совпадают с расчетными. Сопоставление фотографий осуществлялось таким образом. На одном снимке подсчитывалось количество белых черточек и темных разрывов между ними на протяжении всего полета частицы вниз. На другом снимке производился тот же подсчет, но лишь для некоторой

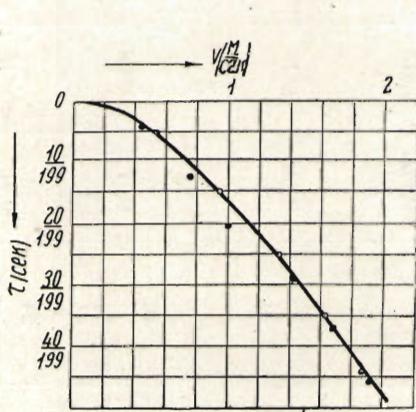


Рис. 8.

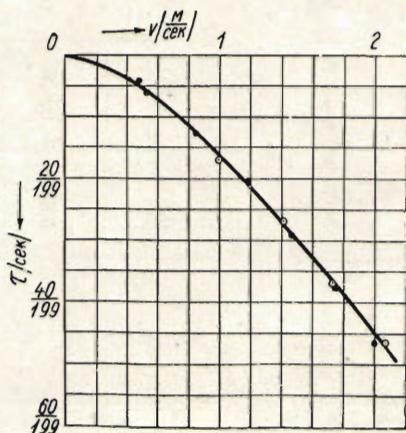


Рис. 9.

части видимой траектории. При этом размер исследуемого участка принимался таким, чтобы его длина относилась к полной протяженности движения частицы на первом снимке, как $\frac{v_1}{1}$ (см. столбец 8 табл. 2). Исходя

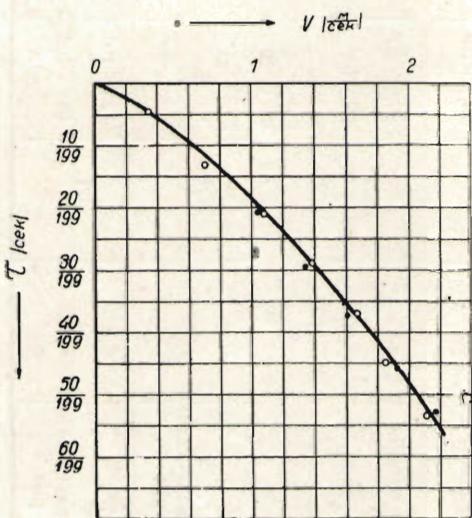


Рис. 10.

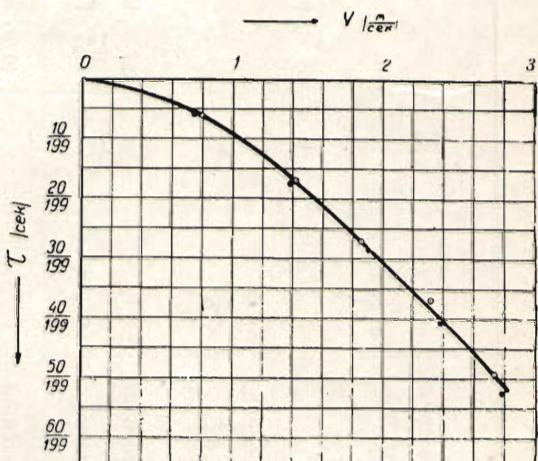


Рис. 11.

из этого же принципа о подобии характеристик процесса движения, относимых к сходственным моментам времени, определялось отношение средних скоростей частицы вдоль упомянутых отрезков траектории и сравнивалось с расчетным значением. Столбцы 12 и 13 показывают, что и при таком способе сопоставления вполне подтверждается правильность модели явления.

II. Вышеозначенный метод обработки позволяет судить о подобии эффектов движения частицы. Однако, законно поставить вопрос, существует ли подобие в самом развитии процесса. Для этого следует сопоставить характер изменения скорости (или ускорения) частицы вдоль траектории в образце и в модели. Разбив путь, пролетаемый частицей, на несколько участков, найдем для каждого из них величину средней скорости. Затем построим график, в котором по одной оси будем откладывать средние скорости, а по другой соответствующие им моменты времени. Если в тех же координатах нанести приведенные точки, отвечающие процессу движения в образце, то при наличии полного подобия они должны расположиться на относящейся к модели кривой $v = v(\tau)$. Операция приведения заключается в том, что скорости, измеряемые на отдельных участках образца, умножаются на расчетное значение v_w , а отвечающие им времена на τ_w . Если приведенные точки образуют в совокупности линию, отклоняющуюся от основной, то сопоставляемые процессы движения неподобны друг другу.

В таблице 3 содержатся данные, являющиеся основанием для построения вышеописанных графиков. Сами графики изображены на рис. 8—13.

При исчислении скоростей обычно принимались отрезки времени, равные 10 условным единицам ($\sim \frac{10}{200}$ сек.).¹

Применение меньших периодов времени представлялось нецелесообразным, вследствие неуверенности в достаточной точности результатов. На всех графиках точкой в кружке обозначены точки, отвечающие модели, и точками — приведенные точки для образца. Рассмотрение графиков приводит к заключению, что сопоставляемые процессы движения действительно подобны на всем своем протяжении.

На основании цифрового материала, помещенного в таблице 3, произведены также подсчеты ускорений частицы j вдоль ее траектории и построены, подобно графикам $v = v(\tau)$, графики $j = j(\tau)$.

¹ Заметим, что число единиц времени должно быть обязательно четным. В противном случае соответствующая длина траектории не может быть определена с желательной точностью, так как длины белых черточек и черных разрывов на фотографии не одинаковы.

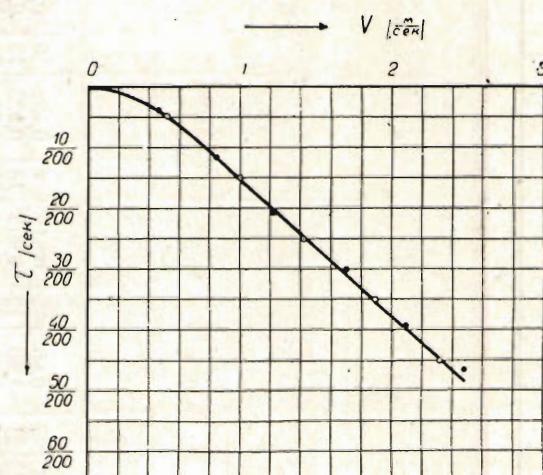


Рис. 12.

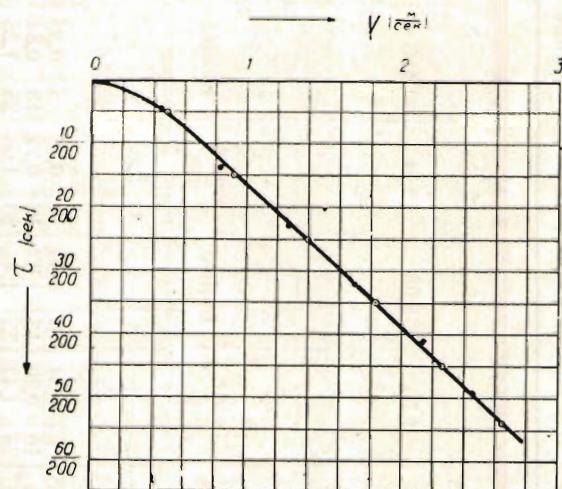


Рис. 13.

Таблица 3

1 - я се р и я с п и ш т о в												2 - я се р и я о пыт о в												
Скор. возд. в трубе w (м/сек)	0	0	1,73	2,08	2,51	3,05	4,11	495	0	0	0	6,3	6,96											
№ № фотографий легащ. частич.	—	—	—	—	4	5	—	—	—	—	—	—	—	7										
Матергл частич	Репей- ник	Бузина	Репей- ник	Бузина	Репей- ник	Бузина	Репей- ник	Бузина	Репей- ник	Бузина	Репей- ник	Бузина	Мел	Талько- хлорит										
№ № по порядку	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	v	τ	
1	5	0,49	5	0,625	6	0,54	5	0,59	4	0,35	5	0,36	6	0,78	7	0,89	5	0,515	4	0,532	5	0,485	5	0,48
2	15	0,96	15	0,91	16	0,96	15	1,0	12	0,72	15	0,84	17	1,4	21	1,66	15	0,995	13	0,925	13	0,915	15	0,91
3	25	1,81	25	1,32	26	1,42	25	1,41	20	1,08	25	1,25	27	1,85	35	2,30	25	1,43	23	1,34	25	1,40	25	1,40
4	35	1,63	35	1,72	36	1,74	35	1,76	28	1,38	35	1,62	37	2,31	49	2,86	35	1,89	33	1,87	35	1,83	35	1,86
5	44	1,86	45	2,03	46	2,1	45	2,1	36	1,67	45	1,92	49	2,73	68	3,35	45	2,32	43	2,29	45	2,26	45	2,37
6	—	—	55	2,3	—	—	—	—	56	2,38	44	1,86	55	2,3	—	—	—	—	51	2,72	53	2,64	54	2,72
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
$Re_{\tau=0}$	0	0	0	668	670	982	995	1610	1616	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2480	
$Re_{\text{кон}}$	720	740	828	838	906	916	1120	1120	1050	975	970	970	970	970	970	970	970	970	970	970	970	970	2550	
$Re_{\tau=5}$	189	169	655	645	872	880	1390	1385	202	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	2460	
№ № фи. граф.	8 и 14	9 и 17	10 и 18	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15	11 и 15							

При меч ани е. В графе τ время выражено в условных единицах.

При этом точки, относящиеся к модели, воспроизводились в натуральном масштабе, а относящиеся к образцу — строились в приведенном

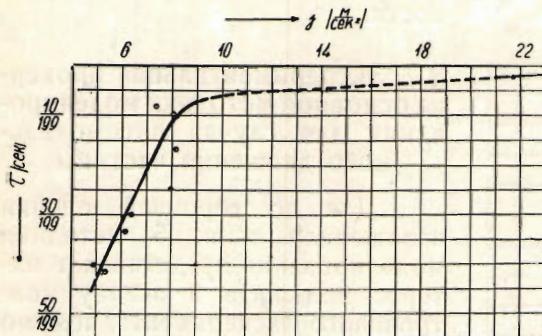


Рис. 14.

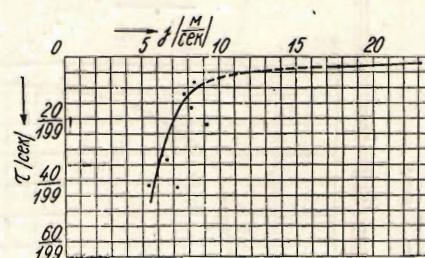


Рис. 17.

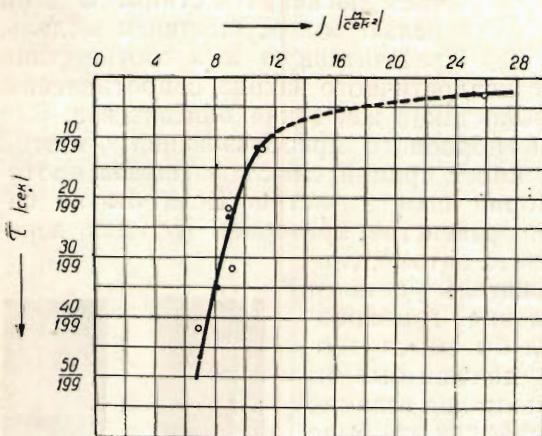


Рис. 15.

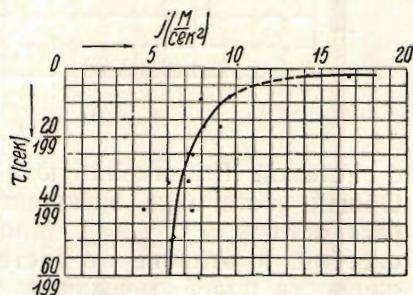


Рис. 18.

масштабе. Операция приведения заключалась в том, что отрезки времени умножались на ν_t , а соответствующие им ускорения откладывались в натуре. Подобные графики изображены на рис. 14 — 19.

Несмотря на то, что почти на всех графиках точки довольно сильно рассеиваются, можно всегда наметить такие кривые, которые одинаково хорошо представляют каждую пару сопоставляемых объектов. Разбррасывание точек объясняется тем, что вычисление ускорений, как вторых производных пути по времени, требует более высокой точности в измерительной технике, чем точность поставленного эксперимента. Поэтому приводимые графики ускорений не могут служить в качестве самостоятельных аргументов в пользу существования подобия. Однако рассмотрение их совместно с графиками скоростей не оставляет ни-

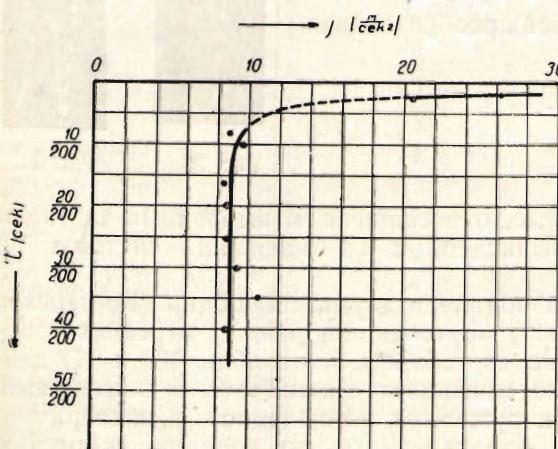


Рис. 16.

каких сомнений в том, что положенная в основу контрольного эксперимента теория действительно позволяет осуществить модель процесса движения частицы в потоке жидкости.

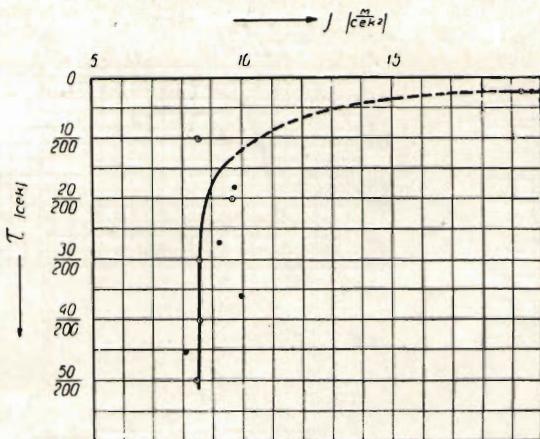


Рис. 19.

с системой III применимую в случае квадратичного закона сопротивления. Общая постановка эксперимента была такой же, какая описана в п. 6, в частности $\nu_0 = 1$, $\nu_\mu = 1$. Множитель подобного преобразования ν_t в этой системе, в отличие от системы V, имеет прямой смысл масштаба протяженности полей течения и траекторий полета частиц. Если бы из системы III было исключено условие равенства критериев Re_o для переносного движения жидкости, в связи с автомодельным характером последнего, то множитель ν_t остался бы в составе одного только условия гомохронности. Вследствие этого он потерял бы смысл геометрического масштаба модели и должен был бы трактоваться как масштаб произвольных, но взаимно соответствующих отрезков траекторий, как это было принято в предыдущем. Итак, имея в виду, что при моделировании вводится условие $Re_o = \text{idem}$ и размер канала остается неизменным, мы должны положить в системе III $\nu_t = 1$.

Вводя эти значения множителей преобразования в систему III, получаем

$$\begin{array}{lll} \nu_w = 1 & 1 \\ \nu_d \nu_p = 1 & 2 & (VII) \\ \nu_z = 1 & 3 \end{array}$$

В таблице 4 приведены данные, относящиеся к выбранным частицам сферической формы, а также вычисленные на основании системы VII множители преобразования.

Обработка фотографий производилась двумя способами. Во-первых, определялся множитель ν_z по числу черточек на равных отрезках сопоставляемых траекторий. Как видно из таблицы 5 (столбцы 10 и 11) действительные значения ν_z полностью совпадают с ожидаемыми значениями. Столы же хорошее совпадения обнаруживают вычисленное и экспериментальное значения множителя ν_w , определенного по средним скоростям частиц за все время их полета (столбцы 12 и 13).



Рис. 20.



Рис. 21.

Второй метод обработки, заключался в построении графиков скоростей и ускорений (рис. 22—25), представленных в натуральном масштабе как для образца, так и для модели, ибо $v_c = 1$, $v_w = 1$ и $v_f = 1$. Совмещение соответствующих кривых для каждой пары объектов является неопровергаемым доказательством существования их взаимного подобия. Для подтверждения того, что сопротивление частиц подчиняется квадратичному

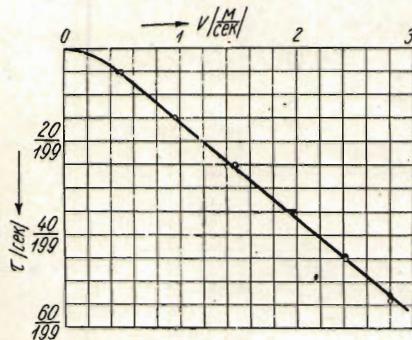


Рис. 22.

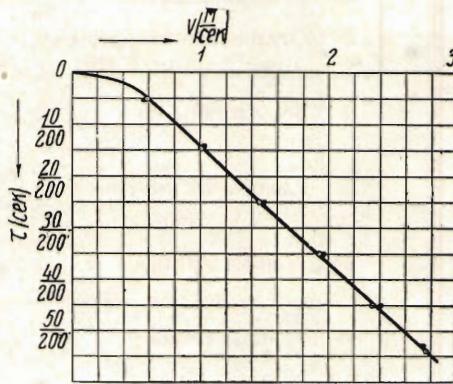


Рис. 23.

закону, в таблице 5 (как и в таблице 3) приведены значения Re для начального момента времени ($\tau = 0$), конечного момента ($\tau \approx \frac{50}{200}$ сек) и для $\tau = \frac{5}{200}$ сек.

Следует особо остановиться на приведенном случае движения частиц в спокойном воздухе. Здесь сопротивление не остается все время про-

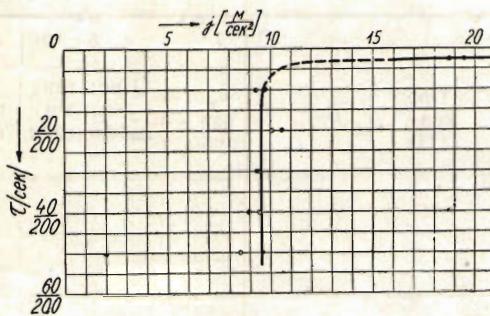


Рис. 24.

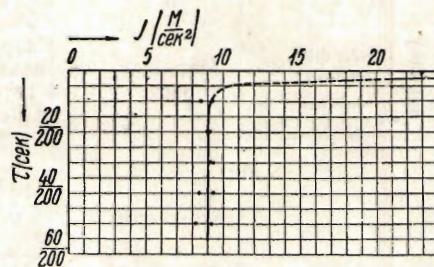


Рис. 25.

порциональным квадрату относительной скорости, ибо Re_0 пробегает в процессе движения значения от 0 до 10^3 . Вследствие этого ожидать подобия явлений при пользовании системой критериев III, вообще говоря, не следует. Если оно тем не менее практически существует в нашем эксперименте, то также не следует вовсе делать вывода об универсальном значении системы III. Как было указано, для моделирования процесса движения частиц, испытывающих во время полета переменное сопротивление, необходимо опираться на системы критериев IV или V.

Таблица 4

1	Материал	Мел	Талько-хлорит
2	Диаметр d (мм)	7,62	5,21
3	Отклонение от сферы (%)	2,5	3
4	Вес частицы (g)	0,404	0,193
5	Удельн. вес материала $\gamma \left(\frac{z}{cm^3} \right)$	1,75	2,60
6	v_d действительное		1,462
7	v_p вычисленное		0,683
8	v_p действительное		0,673
9	$v_d v_p$ вычисленное		1
10	$v_w = v_c = v_l$ вычисленное		1
11	$v_d v_p$ действительное		0,985

Таб

1	2	3	4	5	6	7	8	9
№№ по порядку	№№ фиг. летящих частиц	Материал част.	Скорость воздуха в трубе w (м/сек)	Т-ра возд. t °Ц	Re_0	v_w для трубы	Отношение участков наблюдения v_l	Число черточек и разрывов
1		Мел	0	15	—	—	1	54,2
2		Талько-хлорит ..	0	15	—	—		54
3	20	Мел	5,46	16,5	$110 \cdot 10^3$	1	1	56 ^{1/4}
4	21	Талько-хлорит ..	5,46	16,5				56

§ 8. Моделирование движения частиц правильной, но не сферической формы

Непосредственное перенесение в §§ 4 и 5 общей методики моделирования на случай движения частиц несферической формы не может быть допущено вследствие заведомо присущего этим частицам довольно интенсивного вращения во время полета. При вращении частиц несферической

формы непрерывно изменяется миделево сечение. Кроме того, быстрое вращение частиц обуславливает появление добавочных составляющих сил взаимодействия с окружающей средой, неучтенных нами в исходных уравнениях процесса.

Первое из отмеченных обстоятельств с принципиальной точки зрения не является особо существенным. Действительно в соответствии с общей



Рис. 26.

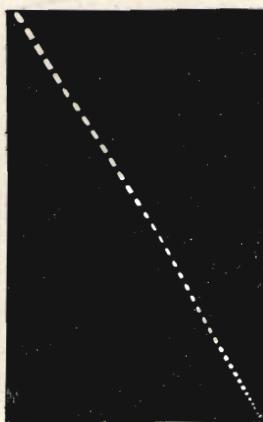


Рис. 27.



Рис. 28.



Рис. 29.

теорией можно ожидать, что явления в образце и в модели будут совершенно подобны во всех своих деталях, если точно соблюдено подобие граничных условий и множители преобразования подчинены совокупности критерии подобия. Поэтому вращение частиц при идеальной постановке эксперимента не вносит никаких новых факторов в методику моделирования, поскольку мы отвлекаемся от особых динамических явлений, обязанных

ица 5

10	11	12	13	14	15	16	17	18
v_τ выч.	v_τ экспер.	v_w выч.	v_w экспер.	$R_{e\tau=0}$	$R_{e\tau=5}$	R_e кон	№№ график для скоростей $v=v(\tau)$	№№ график для ускорений $j=j(\tau)$
1	1,003	1	0,998	0 0	198 173	1 140 1 030	22	24
1	1,004	1	0,996	2 800 1 940	2 830 1 940	3 010 2 030	23	25

этому вращению. Разумеется в действительной обстановке возникают сомнения в том, воспроизводится ли явление, кинематически совершенно подобное процессу движения в образце, в связи с тем, что в поставленной проблеме условия на границах должны быть характеризованы не усредненными значениями величин, а их точечными значениями. Между тем реализация подобия точечных значений величин представляет почти непреодолимые трудности при турбулентном состоянии несущего потока.

Что же касается подъемной силы, возникающей вследствие вращения, то она может получить относительно заметную роль только при достаточно интенсивном вращении, оставаясь пренебрежимо малой в более или менее значительной области возможных случаев полета частиц. Исходя из-

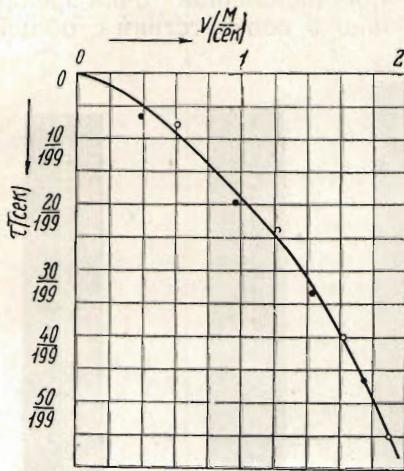


Рис. 30.

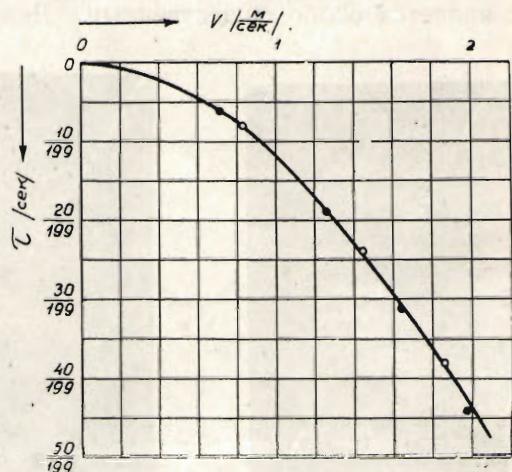


Рис. 31.

сказанного, представляется интересным установить экспериментальным путем закономерность применения изложенной теории к одному из простых случаев движения, каковым оно является в нашей установке. Однако, здесь благоприятный результат, полученный при некоторых частных усло-

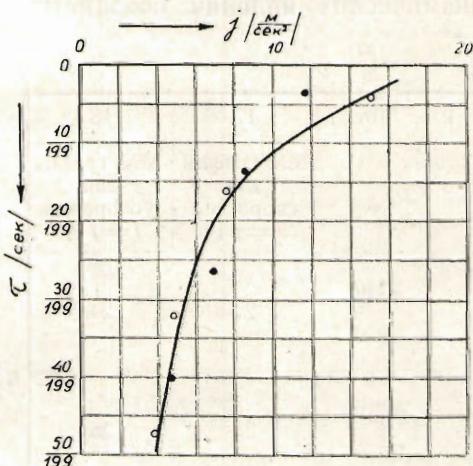


Рис. 32.

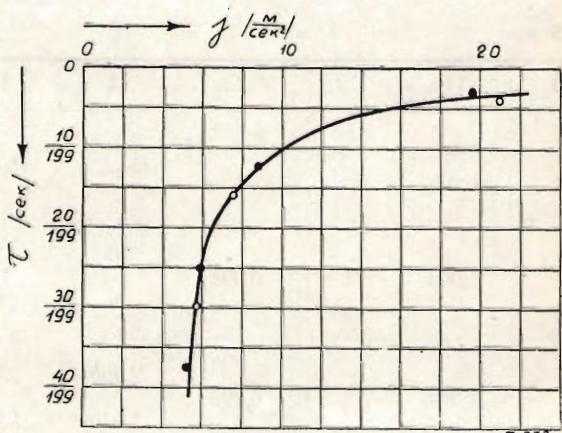


Рис. 33.

виях задачи, не может являться свидетельством безусловной пригодности методики к моделированию любых процессов движения несферических частиц.

Проверочный эксперимент был произведен нами на основе применения системы критерий VI.

Исходные данные о частицах приведены в таблице 6. В качестве опре-

деляющего размера частиц был выбран эквивалентный диаметр d , определяемый по действительному объему тела. В таблице 7 сопоставляются (столбцы 10, 11, 12 и 13) экспериментально найденные и вычисленные значения множителей v_t и v_w , а на рис. 30—33 сопоставляются сходственные кривые изменения скорости и ускорения со временем. Следует признать, что в исследованных случаях движение частиц совершалось практически подобным образом, несмотря на то, что имело место заметное вращение частиц. Последнее обстоятельство иллюстрируется наглядно рис. 34, на котором виден полет кирпичика, разные грани которого были помечены тушью различным образом. Таким образом можно считать доказанным, что предложенная методика моделирования может иметь при благоприятных условиях приложение также и к случаям движения несферических частиц правильной формы.



Рис. 34.

Таблица 6

Частицы правильной, несферической формы

1		1-я серия опытов		2-я серия опытов	
2	Форма частиц	Кубическая		Кирпичнообразная	
3	Материал частиц	Бузина	Репейник	Бузина	Репейник
4	Размер (мм)	3,67	4,42	1,71·3,22·6,55	2,12·3,81·7,63
5	Отклонение действительных размеров от среднего (%)	7,3	6	9—2,0—2,5	2,8—2,1—0,5
6	Эквивалентный диаметр d (мм)	4,56	5,49	4,1	4,9
7	Вес частицы (z)	0,0064	0,0065	0,0105	0,0105
8	Удельный вес материала частицы γ (g/cm^3)	0,1285	0,0745	0,289	0,171
9	v_d по эквивалентному диаметру		1,205		1,195
10	v_p вычисленное		0,572		0,585
11	v_p действительное		0,58		0,59
12	v_w вычисленное		0,83		0,837
13	v_t вычисленное		0,83		0,837
14	v_l вычисленное		0,689		0,70

Таблица 7
Частицы правильной пессферической формы

№	Материал	Re_0	1-я серия опытов (частицы в форме кубиков)								2-я серия опытов (частицы в форме кирпичиков)							
			Липидная вода	Скимм.	Брызги.	Брызги.	Брызги.	Брызги.	Брызги.	Брызги.	Липидная вода	Скимм.	Брызги.	Брызги.	Брызги.	Брызги.	Брызги.	
1	26	Бузина . . .	2,04	22	40·10 ³	0,843	0,689	75	0,83	0,846	0,83	493	458	527				
2	27	Репейник .	1,72	22	34·10 ³			63,5				500	468	503				
3	—	Бузина . . .	5,8	22	115·10 ³		0,831	0,689	46	0,83	0,858	0,83	1 400	—	1 171			
4	—	Репейник .	4,82	22	95·10 ³			39,5				1 400	1 400	—	1 177			
5	28	Бузина . . .	0	—	—	—	—	64	0,837	0,805	0,837	0,87	0	135	593	30	32	
6	29	Репейник .	0	—	—	—	—	51,5				0	205	642				
7	—	Бузина . . .	3,05	—	62·10 ³		0,826	0,70	59,5	0,837	0,840	0,837	0,833	850	770	694	31	33
8	—	Репейник .	2,52	20	51,5·10 ³			50				835	696	645				
9	—	Бузина . . .	4,98	—	100·10 ³		0,843	0,70	32	0,837	0,813	0,837	0,860	1 400	—	1 140		
10	—	Репейник .	4,2	17	86,5·10 ³			26				1 410	—	1 164				

Таблица 8
Частицы неправильной формы

1	Материал частиц	1-я серия опытов		2-я серия опытов	
		Калиевые квасцы	Углекислый натр	Сахар	Шамот
4	Удельный вес материала частиц γ ($\text{г}/\text{см}^3$)	1,76	2,5	1,25	1,74
5	Сита большие AB (м.м^2)	1,86 · 1,66	1,59 · 1,56	1,86 · 1,66	1,59 · 1,56
6	Отношение $\frac{A}{B}$	1,12	1,02	1,12	1,02
7	Эквивалентный диаметр D (м.м)	1,98	1,77	1,98	1,77
8	Сита малые $a \cdot b$ (м.м^2)	1,03 · 0,82	0,877 · 0,68	1,03 · 0,82	0,877 · 0,68
9	Отношение $\frac{a}{b}$	1,26	1,29	1,26	1,29
10	Эквивалентный диаметр d (м.м)	1,04	0,877	1,04	0,877
11	γ_p действительное	0,704		0,718	
12	γ_d вычисление	1,13		1,12	
13	γ_d действит.	$\left. \begin{array}{l} \frac{D''}{D'} \\ \frac{d''}{d'} \end{array} \right\} 1,12$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 1,15$	$\left. \begin{array}{l} 1,12 \\ 1,18 \end{array} \right\} 1,15$	
14	γ_w вычисление	0,885		0,893	
15	γ_z вычисление	0,885		0,893	
16	γ_l вычисление	0,783		0,797	

§ 9. Моделирование движения частиц неправильной формы

В технической практике чаще всего приходится иметь дело с движением в потоке частиц неправильной формы, характеризующихся более или менее значительным диапазоном размеров. В таких условиях потребность в изучении на модели процесса движения отдельных (случайно выбранных) частиц теряет смысл. Гораздо важнее получить возможность моделирования поведения среднего представителя от каждой фракции частиц. Имея это в виду, мы попытались применить общую методику моделирования к случаю движения совокупности частиц, принадлежащих к условно определяемой фракции.

Для сортировки частиц по фракциям применялись, как показано схематически на рис. 35, две пары металлических сит. Первая пара служила для подготовки частиц, соответ-

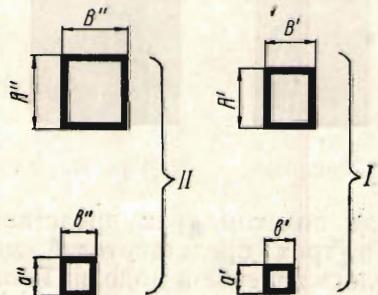


Рис. 35.

ствующих образцу, вторая пара — для частиц, соответствующих модели. В обоих случаях частицы просеивались последовательно через сита с более крупными и менее крупными ячейками. Размеры ячеек $A' \times B'$ и $a' \times b'$ сит, составляющих первую пару, могут быть выбраны совершенно произвольным образом. Однако, в целях получения более единообразной фракции целесообразно принять такие ячейки, которые по своим размерам мало отличаются друг от друга. В нашем эксперименте линейные размеры крупной ячейки были примерно вдвое больше размеров мелкой ячейки (см. стр. 5 и 8 таблицы 8).

Для получения частиц, в своей массе подобных частицам отсеянным первой парой сит, вторая пара должна быть геометрически подобной первой, т. е. при точном соблюдении правил моделирования

$$\frac{A''}{A'} = \frac{B''}{B'} = v_d \text{ и } \frac{a''}{a'} = \frac{b''}{b'} = v_d$$

где d означает определяющий размер частиц. Как видно из таблицы, указанное требование было практически соблюдено в отношении сходственных тонких сит (строка 9), для одного из которых $\frac{a'}{b'} = 1,26$ и для другого $\frac{a''}{b''} = 1,29$. Вследствие ограниченного ассортимента, грубые сита не могли быть подобраны вполне удовлетворительно, благодаря чему пришлось остановиться на таких соотношениях (строка 6): $\frac{a'}{b'} = 1,12$ и $\frac{a''}{b''} = 1,02$.

В связи с неточным соблюдением геометрического подобия ячеек определения действительного масштабного множителя v_d было произведено следующим образом. Для каждой из пар сит был найден эквивалентный диаметр D по ячейке крупного размера и эквивалентный диаметр d по ячейке малого размера (строчки 7 и 10), затем были вычислены отношения $\frac{D''}{D'}$ и $\frac{d''}{d'}$ и из них взято среднее (строчка 13). Это среднее значение и было принято за v_d .

В первой серии опытов были применены частицы, изготовленные из химически чистых веществ (солей). Удельный вес их определялся по табличным данным. Однако, вследствие значительной гигроскопичности этих веществ действительные удельные веса во время опыта могли несколько отличаться от табличных, хотя и были приняты меры для устранения влаги из приготовленных частиц. Поэтому, с целью проверки, были поставлены 2 серии опытов с веществами весьма мало гигроскопичными, удельный вес которых измерялся непосредственным путем.

Каждая из двух соответствующих фракций рассортировывалась перед опытом вручную на 3 группы по крупности частиц. Процесс движения в образце изучался путем наблюдения

за полетом трех представителей крупных, трех представителей средних и трех представителей мелких частиц. Таким же образом регистрировалось явление в модели. Техническое оформление эксперимента было совершенно аналогично описанному выше. Единственное отличие заключалось в том, что каждому объекту моделирования, т. е. каждой фракции, соответствовали три фотоснимка. На этих снимках фиксировалось движение



Рис. 36.



Рис. 37.

Таблица 9
Частицы неправильной формы

$N_{\text{eff}} \text{ no непарк}$	Материал	R_{e_a}	w_w	1 - ая се ри я опыт о в						2 - ая се ри я опыт о в							
				v_e см/сек.	η_e дБ/дн.	$R_{e_a} = 0$ min	$R_{e_a} = 0$ max	$u = u(\varphi)$	$N_{\text{eff}} \text{ рапаки}$	$j = j(t)$	$N_{\text{eff}} \text{ рапаки}$	v_e см/сек.	η_e дБ/дн.	$R_{e_a} = 0$ min	$R_{e_a} = 0$ max	$u = u(\varphi)$	$N_{\text{eff}} \text{ рапаки}$
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	—	—	0	15	—	—	—	0,783	50	0,885	0,888	0,885	0,882	0	0	0	0
3	36	—	1,97	16,5	$40,5 \cdot 10^3$	45,2 $\cdot 10^3$	$68,6 \cdot 10^3$	0,895	0,783	$52^{1/4}$	56	0,885	0,933	0,885	0,84	140	267
4	37	—	2,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	132	268
5	—	—	3,36	16,8	$77 \cdot 10^3$	—	—	0,891	0,783	$51^{1/2}$	60	0,885	0,858	0,885	0,912	237	452
6	—	—	3,77	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	225	457
7	—	—	0	15,5	—	—	—	0,797	50	0,893	0,877	0,893	0,908	0	0	40	44
8	—	—	0	—	—	—	—	—	57	—	—	—	—	0	0	—	—
9	—	—	3,21	16,8	$65,5 \cdot 10^3$	$73,5 \cdot 10^3$	—	0,891	0,797	42	48	0,893	0,875	0,893	0,90	226	432
10	—	—	3,60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	215	436

трех частиц данной фракции: крупной, средней и мелкой. При обработке снимков данные усреднялись для получения величин, характеризующих поведение изучаемой фракции в целом.

В таблице 9 приведены значения множителей v_t и v_w , обнаруживающие хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных. На гра-

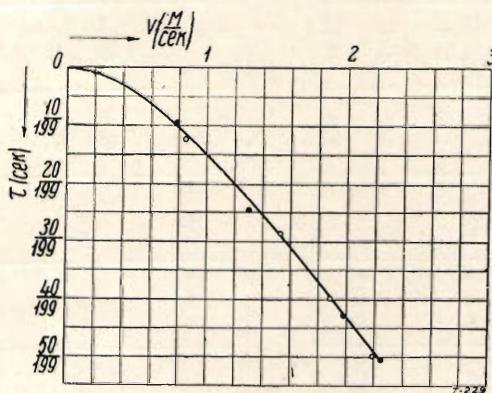


Рис. 38.

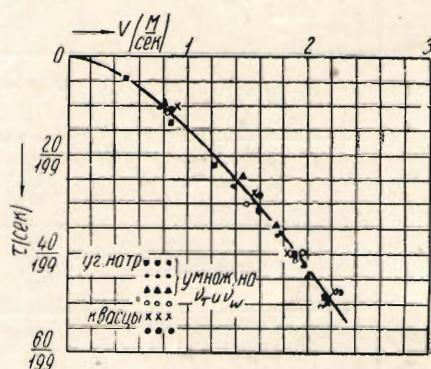


Рис. 39.

фиках 38—42 показаны кривые скоростей в функции от времени, построенные по средним для частиц каждой фракции величинам. На графиках 39, 42 такие же кривые построены по средним величинам, полученным при обработке каждой фотографии в отдельности. Перечисленные графики, как и рис. 43—45, содержащие ускорение в функции от времени, показы-

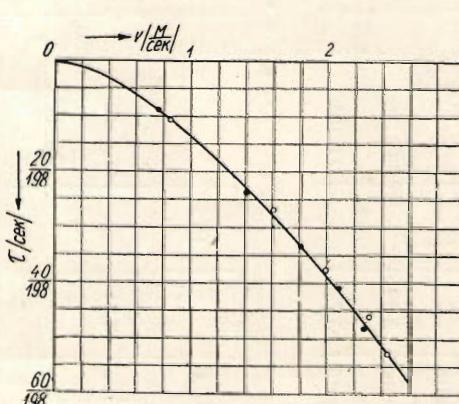


Рис. 40.

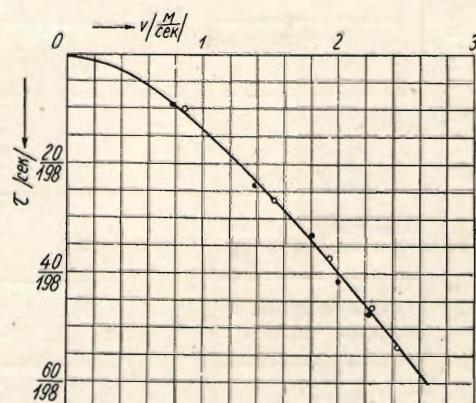


Рис. 41.

вают, что исследованные процессы движения частиц неправильной формы действительно подобны, будучи оцениваемы по поведению средних представителей каждого объекта моделирования. Указанное обстоятельство является между прочим свидетельством того, что вращение частиц вокруг своих центров тяжести не оказывает существенного влияния на динамику полета. Разумеется, это соображение не может быть обобщено без предварительного анализа частных условий задачи.

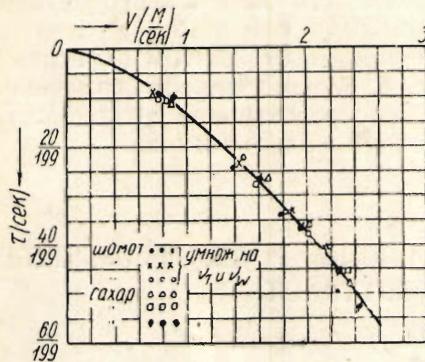


Рис. 42.

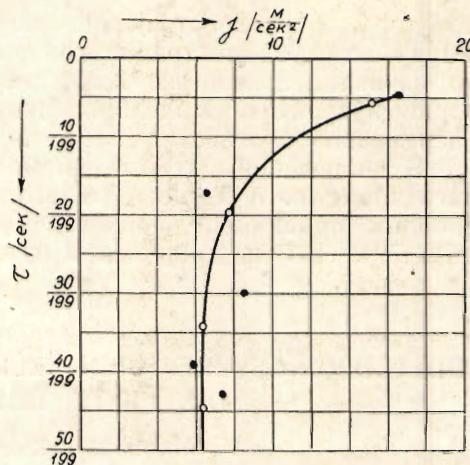


Рис. 43.

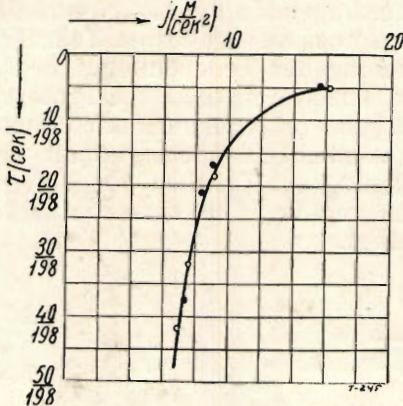


Рис. 44.

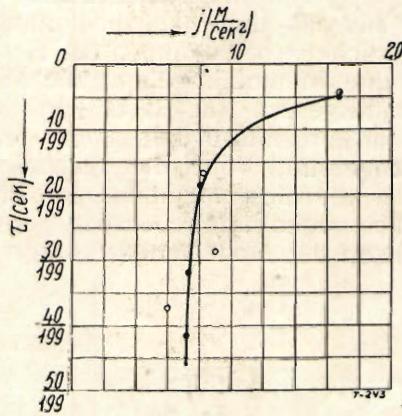


Рис. 45.

Заключение

Рассмотрение результатов поверочных экспериментов приводит к заключению, что установленная методика моделирования практически применима для изучения движения частиц любой формы. Попутно выясняется, что применяемая система эксперимента, несмотря на ожидаемую невысокую степень точности, в действительности приводит к весьма достоверным количественным данным. Для контроля мы произвели подсчеты абсолютных значений коэффициентов сопротивления C для сферических частиц по фотографиям и обнаружили хорошее совпадение между ними и литературными данными, положенными в основу построения графика на рис. 1. Вследствие этого открывается совершенно новый экспериментальный путь для определения коэффициентов сопротивления во время полета тел произвольной формы. В этом направлении мы произвели обработку также и всего прочего опытного материала, разультаты которой, однако, должны быть изложены в специальной заметке.

Что касается дальнейшего развития методики моделирования, то здесь могут быть намечены следующие этапы: 1) установление практической возможности моделирования полета отдельных частиц в потоках сложного

характера, 2) распространение методики моделирования на случай движения частиц, концентрация которых в несущем потоке столь значительна, что начинает влиять на самый характер движения, 3) попытка создания теории и практики моделирования полета частицы переменного размера и переменной плотности.

В заключении авторы считают своим приятным долгом отметить с благодарностью участие А. А. Изаксона в первоначальном намечении основных принципов решения задачи и непосредственное руководство А. А. Гухмана в дальнейшем развитии теории моделирования.

MODELLIERUNGSVERFAHREN ZUR BEWEGUNG EINER FLÜSSIGKEIT DIE FESTE TEILCHEN MITTRÄGT

V. Joukovsky und P. Volkoff (Leningrad)

Zusammenfassung

Das System der Kenngrößen, das den Grund der Modellierung bildet, besteht aus den Ähnlichkeitsbedingungen der tragenden Flüssigkeitsströme und den Ähnlichkeitsbedingungen der Bewegungsprozesse der festen Teilchen. Die festgestellte Methodik erlaubt die Modellierung des Teilchenfluges bei jedem Widerstandsgesetz. Zur Bestätigung dieser Theorie wurden die Prozesse des Falles im horizontalen Luftstrom der Teilchen von regulärer Form experimentell nachgeprüft, wobei die Teilchen nach Ähnlichkeitsregeln gewählt wurden. Darauf wurde diese Methodik der Modellierung auf Teilchen von unregulärer Form übertragen und ebenso experimentell geprüft. Alle Versuche haben die Möglichkeit der Modellierung völlig bestätigt.